# الحركة الدورانية Rotational Motion

## الدرس الأول: العزم والاتزان السكوني

**الفكرة الرئيسية :**

من أجل دراسة الاتزان السكوني للأجسام تلزم معرفة بعض المفاهيم الفيزيائية مثل: العزم ومركز الكتلة، وكيفية حساب كل منهما.

**نتاجات التعلم :**

- أعرف التأثير الدوراني للقوة على الجسم.
- أعبر عن القانون الثاني لنيوتن بدلالة معدل التغير في الزخم الخطي لجسم (العزم)
- أحدد مركز الكتلة لجسم منتظم وجسم غير منتظم الشكل علميًا.
- أحدد مركز الكتلة لنظام يتكون من جسمين بمعادلة حسابية.
- اميز الاتزان السكوني والاتزان الحركي.
- أصمم تجربة تربط الاتزان بموقع مركز كتلة جسم.

**المفاهيم والمصطلحات:**

العزم Torque

ذراع القوة Leaver Arm

مركز كتلة Center of Mass

## الدرس الثاني: ديناميكا الحركة الدورانية

**الفكرة الرئيسية :**

توصف الحركة الدوائية باستخدام مفاهيم منها، الإزاحة الزاوية، السرعة الزاوية، التسارع الزاوي، وعزم القصور الذاتي.

**نتاجات التعلم :**

- أوضح المقصود بكل من: الإزاحة الزاوية، والسرعة الزاوية المتوسطة، والتسارع الزاوي المتوسط.
- أحسب مقدار كل من: السرعة الزاوية، والتسارع الزاوي.
- استنتج أن عزم القصور الذاتي لجسم هو مقياس الممانعة الجسم لإحداث تغير فيحركته الدورانية.
- أعبر عن عزم القصور الذاتي لجسم بمعادلة.
- أعبر عن القانون الثاني لنيوتن لجسم صلب يدور حول محور ثابت.

**المفاهيم والمصطلحات:**

الإزاحة الزاوية Angular Displacement

السرعة الزاوية المتوسطة

Average Angular Velocity

التسارع الزاوي المتوسط

Average Angular Acceleration

عزم القصور الذاتي

Moment of Inertia

## الدرس الثالث: الزخم الزاوي

**الفكرة الرئيسية :**

للزخم الخطي نظير في الحركة الدورانية يسمى الزخم الزاوي، ويكون الزخم الزاوي محفوظًا في الأنظمة المعزولة؛ حيث العزم المحصل المؤثر في الجسم يساوي صفرًا.

**نتاجات التعلم :**

- أحسب الطاقة الحركية الدورانية لجسم أعرف الزخم الزاوي لجسم.
- أثبت قانون حفظ الزخم الزاوي لنظام معزول.
- أعبر عن قانون حفظ الزخم الزاوي بمعادلة رياضية.

**المفاهيم والمصطلحات:**

الزخم الزاوي Angular Momentum

قانون حفظ الزخم الزاوي

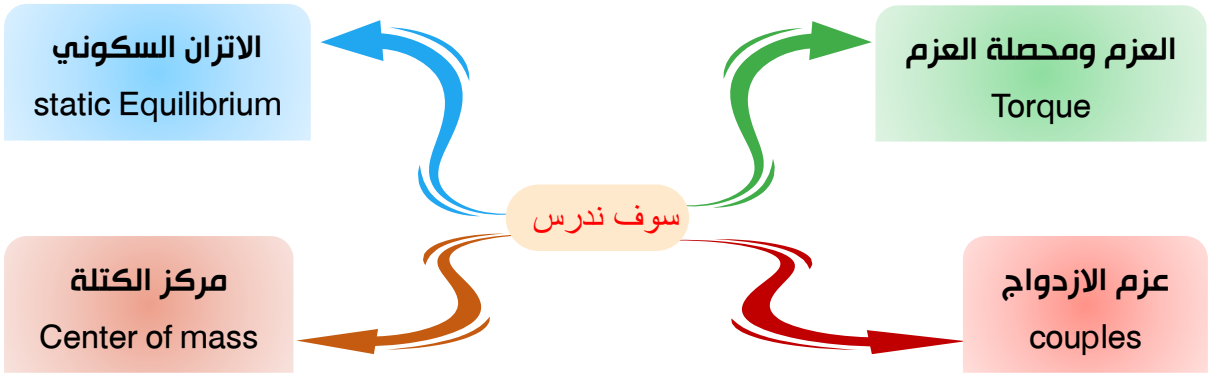
Law of Conservation of Angular Momentum

**الفكرة العامة**

تتحرك الكثير من الأجسام التي نشاهدها حركةً دورانية، ومنها الأبواب وإطارات السيارات وشفرات المراوح. وتوصف الحركة الدورانية باستخدام مفاهيم خاصة؛ مثل العزم، والسرعة الزاوية، والتسارع الزاوي، والزخم الزاوي.

# الوحدة الثانية: الحركة الدورانية

## الدرس الأول: العزم والاتزان السكوني




**ملاحظة**

اي جسم يدور في مسار دائري او يتحرك حركة دورانية فإنه يمتك عزماً

## أولاً: العزم ومحصلة العزم

- ألاحظ في حياتي اليومية أجساماً تدور حول محور ثابت تحت تأثير قوة أو أكثر مثل

① الأبواب

② البراغي

③ المفكات

- هنا يدور الباب المبين في الشكل عند التأثير بقوة في المقبض المثبت عند طرفه ومحور الدوران في هذه الحالة هو خط وهمي رأسي يمر عبر مفصلات الباب المثبتة عند الطرف المقابل للمقبض.

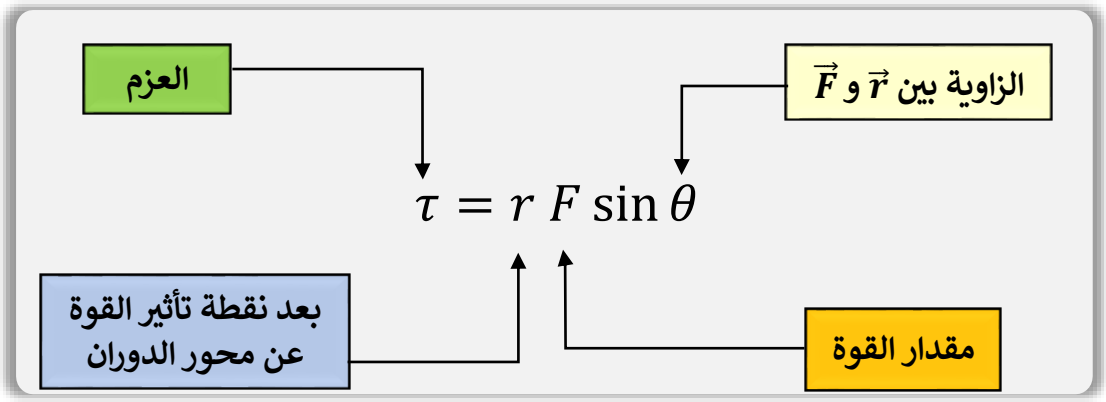
## العزم (Torque)

- رمزه $(\tau)$
- يقاس بوحدة $(N.m)$ حسب النظام العالمي للوحدات
- كمية متجهة (يحدد اتجاهه من خلال قبضة اليد اليمنى) (ويكون نحو $(+Z)$ أو $(-Z)$)
- العزم:
  - هو مقياس لمقدرة القوة على إحداث دوران لجسم
  - أو
  - هو ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة $(\vec{F})$ ومتجه موقع نقطة تأثير القوة $(\vec{r})$

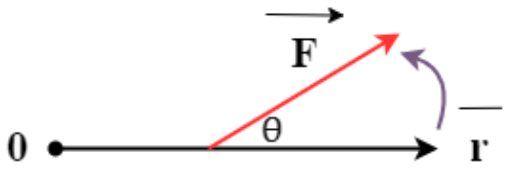
$$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$$

**تذكر أن**

$\sin 0 = 0$
$\sin 90° = 1$
$\sin 180° = 0$




هنا الدوران عكس عقارب الساعة وذلك حسب قاعدة قبضة اليد اليمنى حيث تضع الاصابع الاربع مع المتجه الأول $(\vec{r})$ ثم ندور نحو المتجه الثاني $(\vec{F})$ ويكون اتجاه العزم هو اتجاه الإبهام

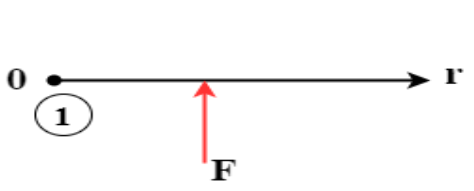


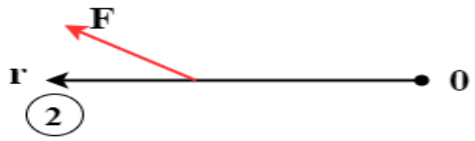

**ملاحظة**

العزم $(\tau)$ يكون
- $(+)$ دوران عكس عقارب الساعة
- $(-)$ دوران مع عقارب الساعة

**سؤال**

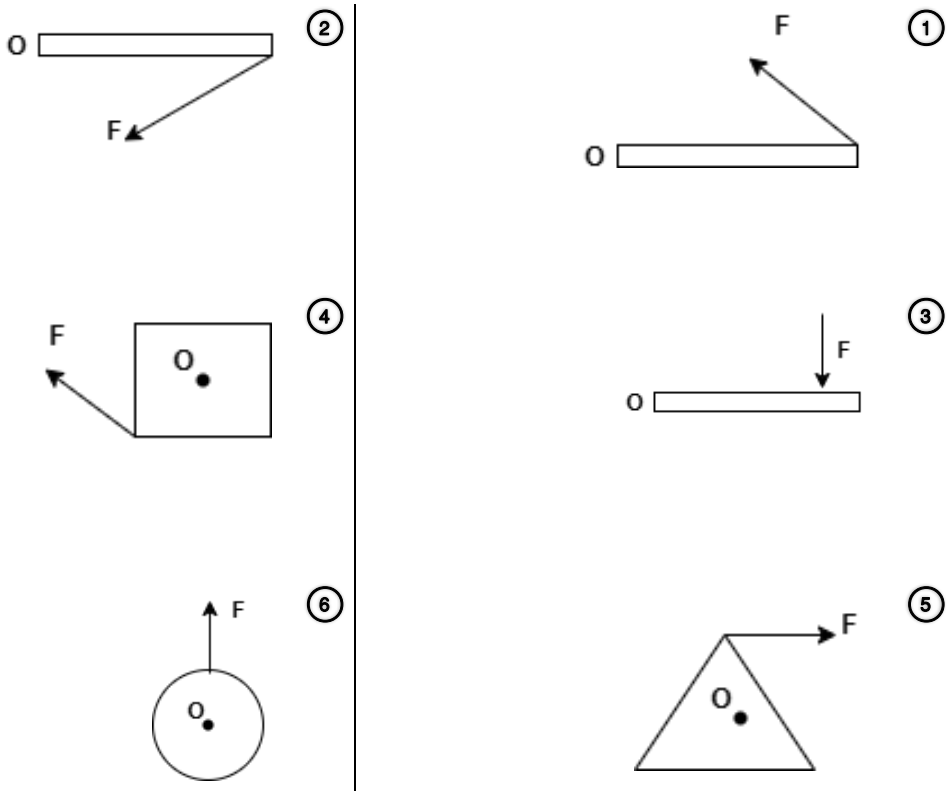
حدد اتجاه العزم في كل من الحالات التالية:



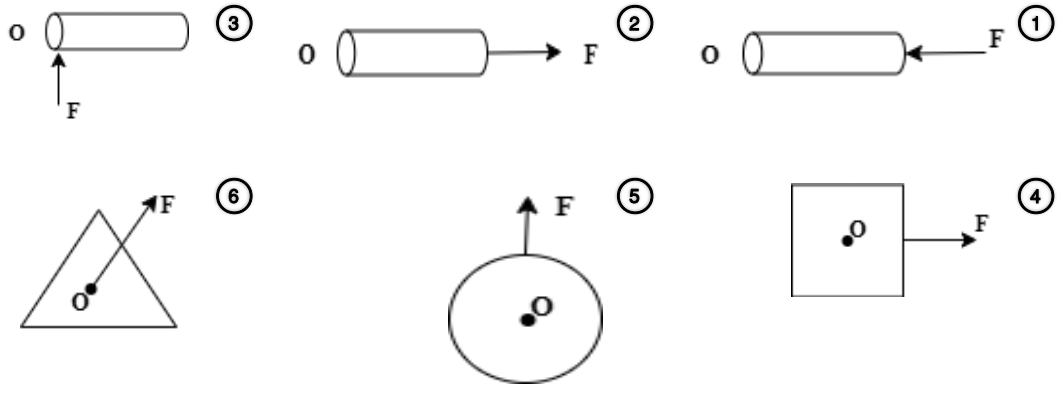
سؤال

حدد اتجاه العزم في كل من الحالات التالية:




مهم جداً

* الجسم لايدور عندما تؤثر قوة ويمر خط عمل القوة بمحور الدوران ويكون $(\tau = 0)$ مثل:




عليك أن تعلم

خط عمل القوة يعني امتداد القوة

سؤال

**اذكر العوامل التي يعتمد عليها العزم**

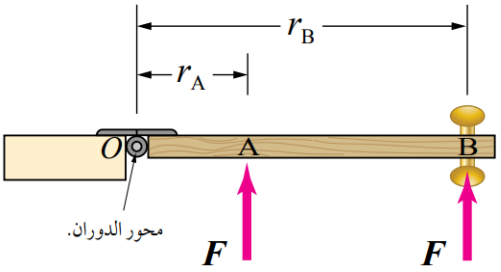
① مقدار القوة $(F)$ طردي

② طول ذراع القوة $(d = r \sin\theta)$ طردي

حيث:

أ- $(r)$ بعد نقطة تأثير القوة

ب- $(\theta)$ الزاوية بين $\vec{r}$ و $\vec{F}$



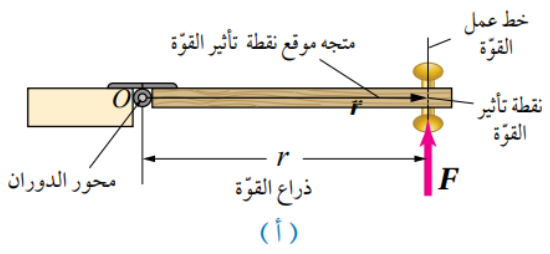

نلاحظ من الشكل ان قيم $F$ متساوية عند النقاط $(A)$ و $(B)$ لكن $r_A < r_B$ لذلك فإن عزم القوة $F$ عند النقطة $B$ أكبر من عزم القوة $F$ عند النقطة $A$

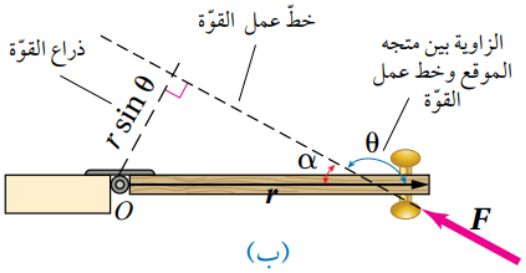
---

## بعض المصطلحات الهامة جداً

- خط عمل القوة: هو امتداد متجه القوة (..... → .....)
- ذراع القوة $(r \sin\theta)$: هو البعد العمودي بين خط عمل القوة ومحور الدوران: أو هو أقصر خط مستقيم واصل من محور الدوران إلى خط عمل القوة بشكل عمودي

تذكر $\sin\theta = \sin\propto$ لأن مجموعهم $180°$




حيث

ذراع القوة $d = r \sin\theta$

$\tau = r F \sin\theta$

$\tau = Fd$

**تذكر يا صديقي**

$\sin 0 = 0$
$\sin 180 = 0$
$\sin 90 = 1$

**تذكر**

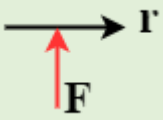
$\tau$

| موجب (+) إذا كان الجسم يدور عكس عقارب الساعة | سالب (-) إذا كان الجسم يدور مع عقارب الساعة |
|---|---|

## حالات العزم

### أكبر ما يمكن

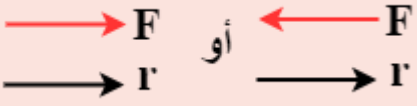
- إذا كانت $\theta = 90$
- لأن $\sin 90 = 1$
- هنا $F$ عمودية على $r$




مثل $F_1$ كما في الشكل

### منعدم

- إذا كانت $\theta = 0$
- أو $\theta = 180$
- لأن $\sin 0 = 0$
  $\sin 180 = 0$
- هنا $F$ توازي او تعاكس $r$

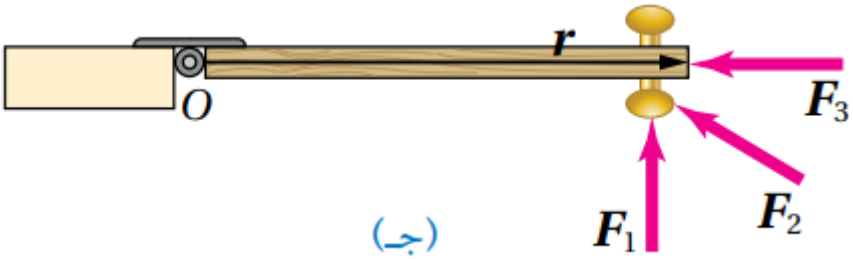



مثل $F_3$ كما في الشكل

### قيمة متوسطة

- إذا كانت $0 < \theta < 180$
- لكن ليس $\theta = 90$
- هنا $F$ تصنع زاوية حادة او منفرجة مع $r$

مثل $F_2$ كما في الشكل




(جـ)

**تمرين**

ما المقصود بالعزم؟ وعلام يعتمد.

## إيجاد العزم المحصل (Finding Net torque)

✸ إذا أثر على الجسم الممتد المثبت من محور الدوران أكثر من قوة، فإن لكل قوة منها عزماً خاصاً بها.

ويكون العزم المحصل هو مجموع العزوم لها جميعًا، مع مراعاة الاتجاهات

↩ ونطبق العلاقة

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \cdots$$
$$\sum \tau = F_1\, r_1 \sin\theta_1 + F_2\, r_2 \sin\theta_2 + \cdots$$

**لكن تذكر**

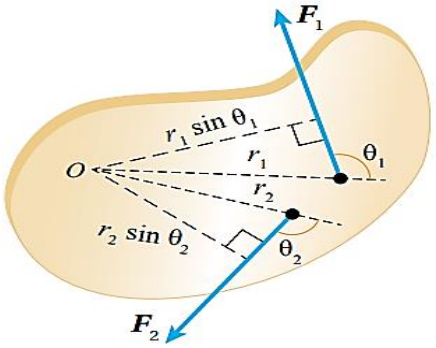
$\tau$

| $\tau = +$ عكس عقارب الساعة | $\tau = -$ مع عقارب الساعة |
|---|---|

✸ انظر إلى الشكل الذي يوضح جسم قابل للدوران حول محور يمر ر بالنقطة $(O)$ عمودياً على مستوى الصفحة ويؤثر فيه قوتان $F_1$ , $F_2$

هنا حسب الشكل فإن $(\sum \tau)$

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$
$$\sum \tau = \tau_1 - \tau_2$$
$$= F_1\, r_1 \sin\theta_1 + F_2\, r_2 \sin\theta_2$$




الشكل (4): جسم قابل للدوران حول محورٍ يمرُّ بالنقطة $(O)$ عموديًّا على مستوى الصفحة، ويؤثر فيه قوتان $F_1$ و $F_2$.

**سؤال**

كيف احسب عزم قوىً عدة تؤثر في جسم قابل للدوران حول محور ثابت؟ وكيف أحدد اتجاهه؟

↩ حساب عزم كل قوة حول محور الدوران لوحدها، ثم إيجاد العزم المحصل المؤثر في الجسم بجمعها مع مراعاة إشارة كل منها.

وإذا كان العزم المحصل موجباً فإنه الجسم يدور بعكس اتجاه عقارب الساعة، وإذا كان سالباً فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

## الأسئلة:

1. **الفكرة الرئيسة:** ما العزم؟

العزم (عزم الدوران): هو مقياس لمقدرة القوة على إحداث دوران لجسم (حول محور الدوران)، وهو كمية متجهة، ويعرف رياضياً بأنه يساوي ناتج الضرب المتجهي لمتجهه القوة $(\vec{F})$ ومتجه موقع نقطة تأثير القوة $(\vec{r})$ الذي يبدأ من نقطة على محور الدوران وينتهي عند نقطة تأثير القوة.

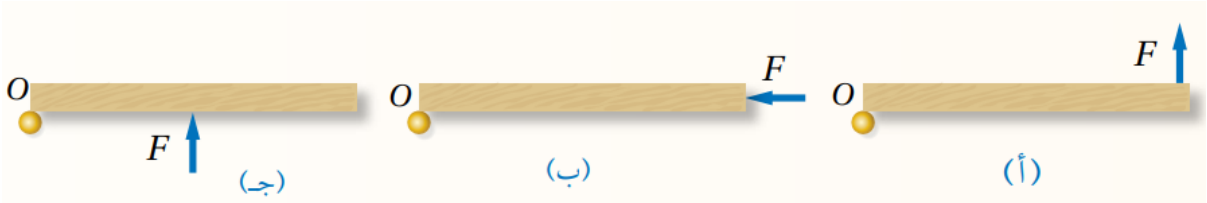
---

2. **أفسر:** إذا أردت أن أفتح باباً دواراً، أحدد موقع نقطة تأثير القوة، بحيث أدفع الباب بأقل مقدار من القوة. أحدّد بأي اتجاه أؤثر بهذه القوة في الباب.

يكون موقع تأثير القوة أبعد ما يمكن عن محور الدوران، ويكون اتجاه القوة عمودياً على مستوى الباب.

---

3. **أقارنُ:** يوضح الشكل أدناه منظراً عُلوياً لقوة مقدارها $(F)$ تؤثر في الباب نفسه عند مواقع مختلفة. أرتب العزم الناتج عن هذه القوة حول محور الدوران $(O)$ تصاعدياً.




عزم (ب) < عزم (جـ) < عزم (أ)

---

4. البعد العمودي بين خط عمل القوة ومحور الدوران يُسمى:

أ- الإزاحة الزاوية ب- الموقع الزاوي حـ- العزم ء- ذراع القوة

د

5. أحلل واستنتج: رأت ذكرى أخاها يحاول فك إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شد لفك الصواميل التي تثبت الإطار، لكنه لم يستطع فكها. أذكر طريقتين -على الأقل- يمكن أن تقترحهما ذكرى على أخيها لمساعدته على فك الصواميل. أفسر إجابتي.

- وصل ماسورة في طرف مفتاح الشد لزيادة طول ذراع القوة، فيزداد العزم المحصل المؤثر
- جعل القوة التي يؤثر بها أخيها في مفتاح الشد عمودية على المفتاح، فيزداد العزم المحصل المؤثر
- زيادة مقدار القوة المؤثرة في مفتاح الشد، عن طريق الاستفادة من وزنه بالوقوف على طرف المفتاح بحذر.

A cheater bar helps loosen lugs. Never use it to tighten them.

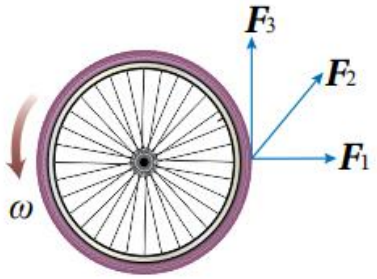
---

6. يستخدم خالد كما يبين الشكل مفتاح شد لفك صامولة إطار سيارة ولم يتمكن من ذلك. يجب على خالد استخدام مفتاح شد يكون مقبضه:

أ- أطول من مقبض مفتاح الشد المستخدم.
ب- أقصر من مقبض مفتاح الشد المستخدم.
حـ- أكثر سمكا من سمك مفتاح الشد المستخدم.
ء- أقل سمكا من سمك مفتاح الشد المستخدم.

أ

7. تؤثر ثلاث قوى لها المقدار نفسه في إطار قابل للدوران حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة ماراً في مركزه. أي هذه القوى يكون عزمها هو الأكبر؟




أ- $F_1$ ب- $F_2$

حـ- $F_3$ ء- جميعها لها مقدار العزم نفسه

ج

8. عندما تؤثر قوة في جسم؛ فإن عزمها يكون صفرا عندما:

أ- يتعامد متجه القوة مع متجه موقع نقطة تأثيرها

ب- يتزايد مقدار السرعة الزاوية للجسم

حـ- يمر خط عمل القوة بمحور الدوران

ء- يتناقص مقدار السرعة الزاوية للجسم

ج

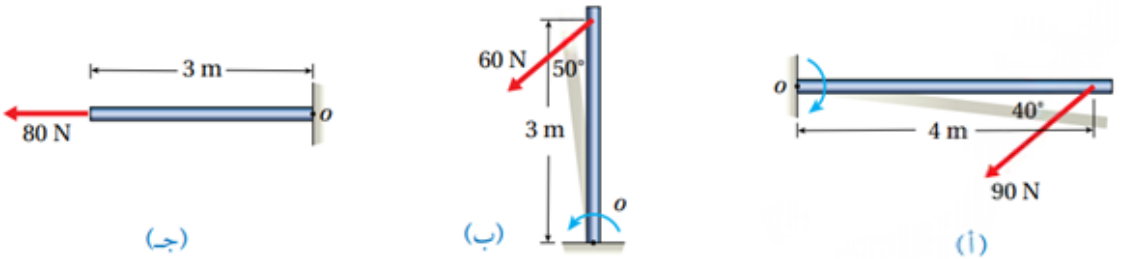
9. أفسر ما يأتي:

أ- عند حساب العزم المحصل المؤثر في جسم؛ فإنني أهمل القوى التي يمر خط عملها في محور الدوران.

لأن العزم الناتج عن كل من القوى المؤثرة في محور دوران جسم، والقوى التي يمر خط عملها في محور الدوران يساوي صفراً؛ لأن طول ذراع القوة يساوي صفراً.

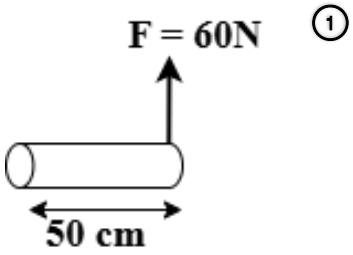
## المثال 1

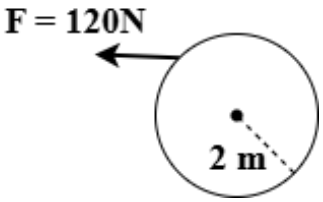
أحسب عزوم القوى المؤثرة في الأجسام المبينة في الشكل (4) حول محور دوران يمر بالنقطة (0).

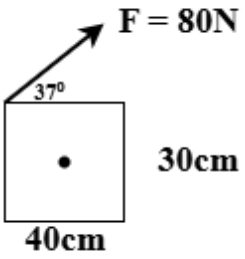


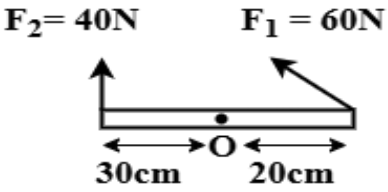

الشكل(4): قوى تؤثر في أجسام قابلة للدوران حول محور ثابت.

**10.** احسب عزوم القوى المؤثرة في الأجسام المبينة حول محور دوران يمر بالنقطة $O$

① 

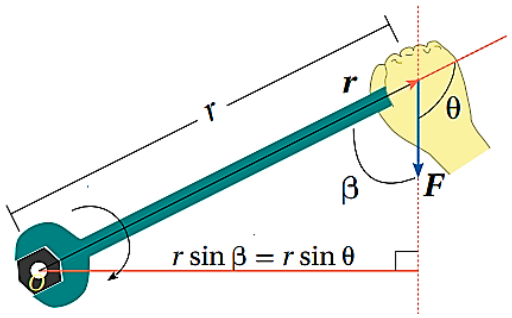

② 


③ 


④ 

## المثال 2

يستخدم زيد مفتاح شد طوله $(25.0\ cm)$ لشد صامولة في دراجة، حيث أثر بقوة مقدارها $(1.60 \times 10^2\ N)$ في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل (5). فإذا علمت أن مقدار الزاوية $(\beta)$ يساوي $(75°)$ أحسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وأحدد اتجاهه.



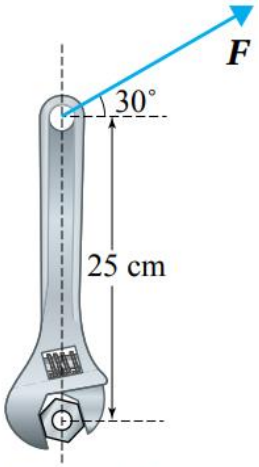

الشكل (5): مفتاح شد صامولة.

$-38.8\ N.m$

**11. أستخدم الأرقام:** تستخدم فاتن مفتاح شد لشد صامولة؛ كما هو موضح في الشكل المجاور، أستعين بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عما يأتي، علما أن مقدار العزم اللازم لفك الصامولة يساوي $(50.0\ N.m)$.

أ. أحسب مقدار القوة اللازم التأثير بها في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل.

ب. أحدد اتجاه دوران مفتاح الشد.



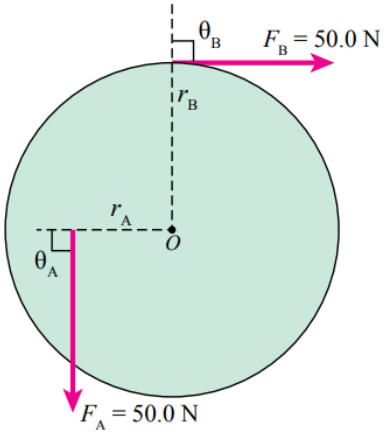

قوّةٌ تؤثّر في مفتاح شدّ.

$230.9\ N$
مع عقارب الساعة

---

**المثال 3**

بكرة مصمتة نصف قطرها $(r_B)$، يمر في مركزها $(O)$ محور دوران عمودي على مستوى الصفحة كما هو موضح في الشكل (7). إذا علمت أن القوة $(F_A)$ تؤثر في البكرة على بعد $(r_A = 30.0\ cm)$ من محور الدوران، وتؤثر القوة $(F_B)$ عند حافة البكرة حيث $(r_B = 50.0\ cm)$، واعتماداً على المعلومات المثبتة في الشكل، أحسب مقدار العزم المحصل المؤثر في البكرة، وأحدد اتجاهه.




الشكل (7): بكرة مصمتة.

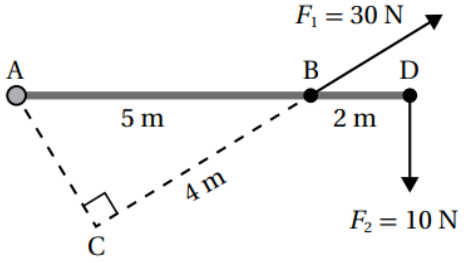
تمرين

يدفع عامل عربة كما هو موضح في الشكل، عن طريق التأثير في مقبضي ذراعيها بقوتين مجموعهما $(F = 180\ N)$ رأسياً إلى أعلى لرفعهما إلى أعلى بزاوية $(25°)$ بالنسبة لمحور $+x$. إذا علمتَ أن بعد كُل من مقبضي العربة عن محور الدوران $(O)$ يساوي $(1.50\ m)$؛ أحسب مقدار عزم القوة $(F)$ المؤثر في العربة حول محور الدوران، وأحدد اتجاهه.

$245\ N.m$

---

**12.** بالاعتماد على البيانات المثبتة على الشكل المجاور؛ فإنّ مقدار العزم المحصل حول محور عمودي على مستوى الصفحة ويمرّ بالنقطة $(A)$ بوحدة $(N.m)$ يساوي:

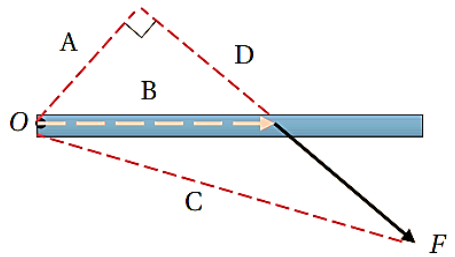



أ- 50 ب- 80

حـ- 20 ء- 120

---

**13.** يبين الشكل قوة $(F)$ تعمل على تدوير الجسم حول محور يمر بالنقطة $(O)$؛ فإن ذراع القوة هو الخط المشار إليه بالرمز:

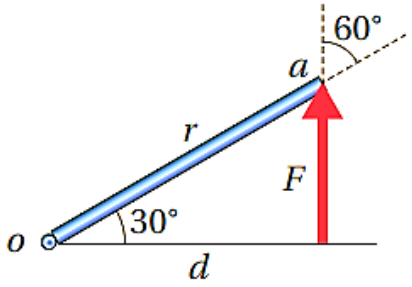



أ- $A$ ب- $B$

حـ- $C$ ء- $D$

---

**14.** يبين الشكل جسما قابلا للدوران حول محور يمرُّ بالنقطة $(O)$، تؤثر فيه قوة $(F)$ عند النقطة $(a)$. معتمدا على الشكل وبياناته؛ فإن عزم هذه القوة يساوي:




أ- $+rF \sin 150°$ ب- $-rF \sin 60°$

حـ- $-dF$ ء- $+dF$

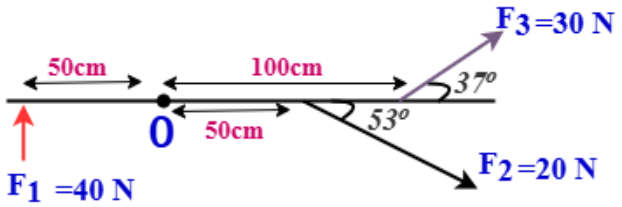
## أسئلة إضافية

① تؤثر قوتان على مسطرة مثبته من محور الدوران باتجاه عمودي على طول المسطرة، فإذا كانت القوة الأولي تساوي خمسة أضعاف القوة الثانية، وبعد القوة الأولى عن محور الدوران يساوي نصف بعد القوة الثانية وكلتاهما تجبران الجسم على الدوران بعكس عقارب الساعة، فجد:

أ- نسبة مقدار عزم القوة الأولى إلى عزم القوة الثانية

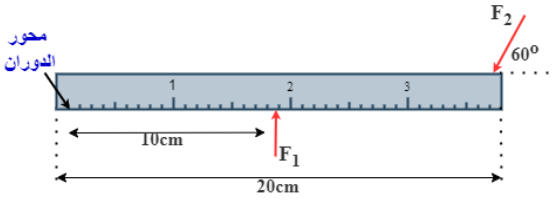
ب- العزم المحصل، علماً بأن $F_2 = 20\ N\ , r_2 = 8\ cm$

② مسطرة مثبته من منتصفها قابلة للدوران اثرت عليها ثلاث قوي كما في الشكل معتمداً على الشكل احسب مقدار العزم المحصل وحدد اتجاهه



## أسئلة سنوات سابقة:

③ تؤثر القوتان $(F_1 = 20\ N)$ و $(F_2 = 30\ N)$ في مسطرة كما يظهر في الشكل المجاور. العزم المحصل المؤثر في المسطرة بوحدة $(N.m)$، مقداراً واتجاهاً:




أ- (1)، بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة

ب- (1)، باتجاه حركة عقارب الساعة

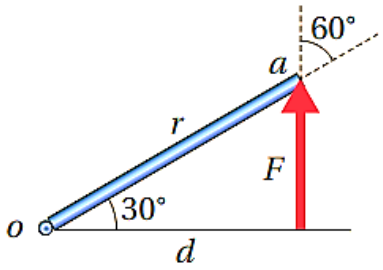
حـ- (3.2)، بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة

ء- (3.2)، باتجاه حركة عقارب الساعة

الإجابة: ء

---

④ يبين الشكل منظراً علوياً لباب قابل للدوران حول محور $(O)$ تؤثر فيه قوة أفقية $(F)$، عند النقطة $(a)$ معتمداً على الشكل وبياناته فإن عزم هذه القوة يساوي:




أ- $(rF)$ ب- $(dF)$

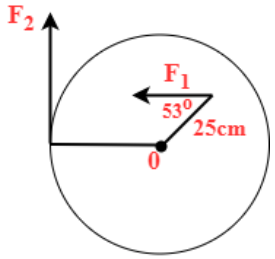
حـ- $(r\ F \sin 30°)$ ء- $(d\ F \sin 60°)$

الإجابة: ب

---

⑤ قرص دائري نصف قطره $(30\ cm)$ قابل للدوران حول مركز القرص $(O)$، أثرت فيه قوتان $(F_1\ ,F_2)$، كما في الشكل المجاور، إذا كانت $(F_1 = 15\ N)$ فإن القرص يتأثر بعزم محصل مقداره صفر عندما يكون مقدار القوة $(F_2)$ بوحدة نيوتن $(N)$ يساوي:

$(\sin 53° = 0.8\ , \cos 53° = 0.6)$

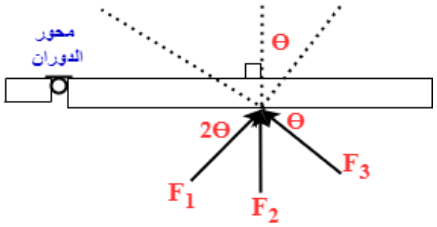



أ- $(3.0)$ ب- $(3.75)$ حـ- $(10.0)$ ء- $(12.5)$

الإجابة: حـ

---

⑥ يوضح الشكل المجاور منظراً علوياً لباب تؤثر فيه ثلاث قوى $(F_1\ ,F_2\ ,F_3)$ متساوية المقدار في الموقع نفسه. العلاقة الصحيحة بين عزوم هذه القوى حول محور الدوران $(O)$ هي:

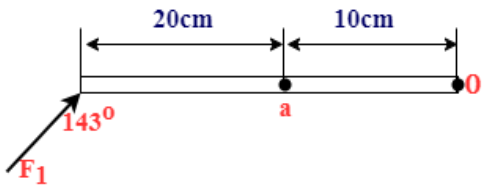



أ- $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ ب- $\tau_2 > \tau_1 > \tau_3$

حـ- $\tau_2 > \tau_3 > \tau_1$ ء- $\tau_2 > \tau_1 = \tau_3$

الإجابة: ب

⑦ قضيب فلزي مهمل الكتلة طوله $(30\ cm)$ قابل للدوران حول محور $(O)$ كما في الشكل المجاور، تؤثر فيه قوة $(F_1 = 50\ N)$ حتى يصبح القضيب في حالة اتزان دوراني، يجب أن تؤثر فيه عمودياً عند النقطة $(a)$ قوة $(F_2)$ مقدارها بوحدة نيوتن $(N)$ واتجاهها:




أ- $(90)$، باتجاه $(+y)$

ب- $(90)$، باتجاه $(-y)$

حـ- $(120)$، باتجاه $(+y)$

ء- $(120)$، باتجاه $(-y)$

الجواب: ب

---

⑧ يتناسب مقدار عزم القوة:

أ- عكسياً مع مقدار القوة وعكسياً مع طول ذراعها

ب- عكسياً مع مقدار القوة وطردياً مع طول ذراعها

حـ- طردياً مع مقدار القوة وطردياً مع طول ذراعها

ء- طردياً مع مقدار القوة وعكسياً مع طول ذراعها

الجواب: حـ

## ثانياً: - عزم الازدواج (Couples)

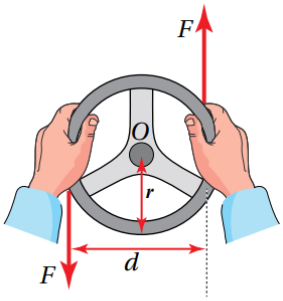
- عند تأثير قوة على جسم بحيث تجبره على الدوران فإن ذلك يسمى العزم
- وإذا أثر على الجسم أكثر من قوة، فإنه لكل قوة عزم خاص بها، ويكون العزم المحصل هو مجموع العزوم لها مع مراعاة اتجاهاتها
- هناك حالة خاصة، وهي إذا أثر على الجسم قوتان بشروط معينه فإن محصلة العزم الناتج عنها تسمى عزم الازدواج

**سؤال**

اذكر الشروط الواجب توفرها لتشكل القوتان المؤثرتان في الجسم عزم ازدواج.

1. ان تكون القوتان متساويتان بالمقدار
2. ان تكون القوتان متعاكستان بالاتجاه
3. ان يكون خط عمل القوتين غير منطبق (اي ان خط عمل القوتين متوازيان)
4. ان تكون إحدى القوتين على يمين محور الدوران، والأخرى على يساره

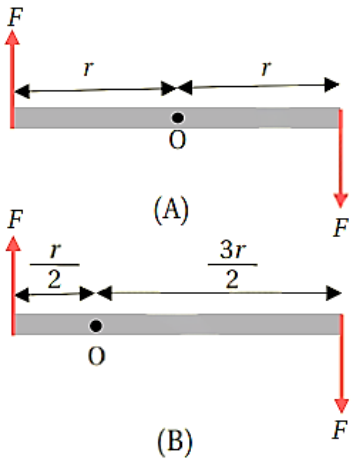
لفهم عزم الازدواج بشكل أكبر انظر إلى الأشكال التالية




الشكل (8): الازدواج المؤثّر في مقود سيارة.

**أفكر:**

تُشكل القوتان الموضحتان في الشكل $(A)$ إزداوجًا يعمل على تدوير الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة. إذا تغير موقع محور الدوران ليصبح كما في الشكل $(B)$، وبثبوت القوتين؛ فهل نعد القوتين إزدواجا في هذه الحالة؟ وهل يكون العزم المحصل متساويًا في الحالتين؟ أقدم دليلًا يوضح إجابتي.



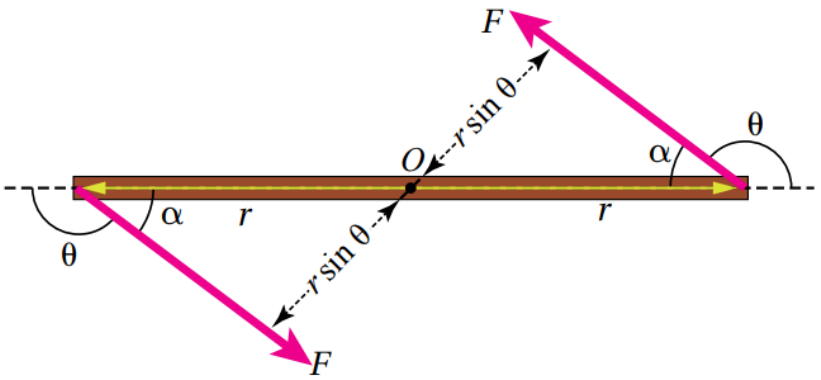
**المختصر** عزم الازدواج

- رمزه $(\tau_{couple})$
- يقاس بوحدة $(N.m)$
- كمية متجهة (اتجاهه نحو $(+Z)$ أو $(-Z)$)
- هو العزم الناتج عن تأثير قوتين متساويتين مقداراً ومتعاكستين اتجاهاً وخط عملهما غير متطابقين.
- يعتمد على
  1. مقدار احدى القوتين المتساويتن المتعاكستين $(F)$
  2. البعد العمودي بينهما $(d)$
- القانون

$$\tau_{couple} = F(2r)(\sin\theta)$$
$$= F\ell \sin\theta$$
$$= F\ d$$

حيث $d$: مجموع ذراع القوتين

$\ell$: البعد بين نقاط تأثير القوتين




الشكل (9): تصنع قوتا الازدواج زاويةً غير قائمة مع قضيب فلزّي قابلٍ للدوران حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة يمرُّ في منتصف القضيب عند النقطة $(O)$.

✓ **أتحقق:** ما المقصود بعزم الازدواج؟ وعلام يعتمد؟

**عزم الازدواج** $(\tau_{couple})$ هو العزم الناتج عن تأثير قوتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاها وخطي عملهما غير متطابقين. وهو يعتمد على مقدار إحدى القوتين المتساويتين، والبعد العمودي بينهما.

س: ما هي العوامل التي يعتمد عليها عزم الازدواج؟

يعتمد عزم الازدواج على:

- مقدار إحدى القوتين المتساويتين المتعاكستين $(F)$.
- البعد العمودي بينهما $(d)$.

---

## الأسئلة:

① يكون جسم واقع تحت تأثير عزم ازدواج عندما:

أ- يكون متزنا؛ أي تكون القوة المحصلة والعزم المحصل المؤثران فيه يساويان صفرا

ب- تؤثر فيه قوتان لهما المقدار نفسه والاتجاه نفسه، وخطا عملهما متطابقان

حـ- تؤثر فيه قوتان لهما المقدار نفسه، متعاكستان في الاتجاه، وخطا عملها غير متطابقين

ء- تؤثر فيه قوتان لهما المقدار نفسه، والاتجاه نفسه، وخطا عملهما غير متطابقين

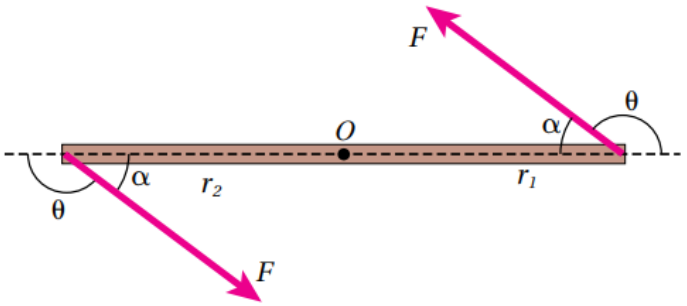
| ج |
|---|

---

② احسب: لتدوير مقبض صنبور الماء، أثرتْ فيه بقوتين مقدار كل منهما $(30.0\ N)$ باتجاهين متعاكسين، وعموديا على طول المقبض إذا علمت أن طول المقبض $(8.0\ cm)$، فما مقدار عزم الازدواج المؤثر في مقبض الصنبور.

| $0.24\ N.m$ |
|---|

③ مسطرة مترية فلزية قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطة $(O)$ عمودي على مستوى الصفحة، كما هو موضح في الشكل (10). أثر فيها قوتان شكلت ازدواجا، فإذا علمت أن مقدار كل من القوتين $(80.0\ N)$، ومقدار الزاوية $(\theta)$ يساوي $(143°)$؛ أحسب مقدار عزم الازدواج المؤثر في المسطرة، وأحدد اتجاهه.



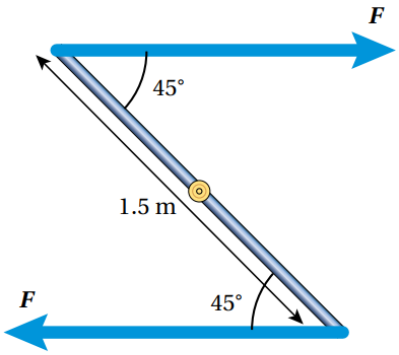

الشكل (10): ازدواج مؤثر في مسطرة مترية.

$+48\ N.m$

---

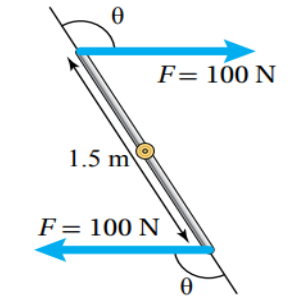
**المثال 4**

قوتان تشكلان إزدواجًا وتؤثران بالاتجاهات المثبتة في الشكل (11/ أ)، عند طرفي قضيب فلزي طوله $(1.5m)$ قابل للدوران حول محور عمودي على الصفحة ويمر بالنقطة $(O)$ إذا علمتُ أن عزم الإزدواج يساوي $(130N.m)$؛ فما مقدار كُلّ من القوتين؟ وما اتجاه دوران القضيب؟




الشكل (11/ أ):إزدواج يؤثر في قضيب فلزي.

④ قوتان متوازيتان متساويتان مقدارًا ومتعاكستان اتجاها، مقدار كل منهما $(100\ N)$، تؤثران عند طرفي قضيب فلزي طوله $(1.5\ m)$ قابل للدوران حول محور ثابت عند منتصفه عمودي على مستوى الصفحة كما هو موضح في الشكل. إذا كان العزم الكلي المؤثر في القضيب $(130\ N.m)$ باتجاه حركة عقارب الساعة، أحسب مقدار الزاوية $(\theta)$ التي يصنعها خط عمل كل قوة مع متجه موقع نقطة تأثيرها.



تؤثّر قوّتان متساويتان مقدارًا ومتعاكستان اتّجاهًا في قضيبٍ فلزيّ.

120°

## اسئلة سنوات سابقة:

① عندما تؤثر قوتان متساويتان في المقدار في جسم قابل للدوران حول محور، فإنّ هاتين القوتين تشكلان عزم ازدواج عندما تكونان:

أ- متعاكستين في الاتجاه، وخطا عملهما متطابقين

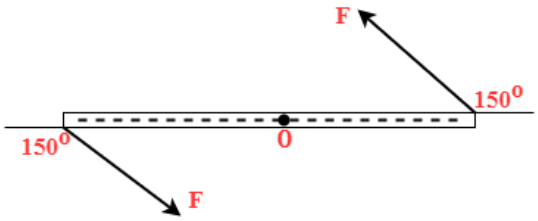
ب- بالاتجاه نفسه، وخطا عملهما متطابقين

حـ- متعاكستين في الاتجاه، وخطا عملهما غير متطابقين

ء- بالاتجاه نفسه، وخطا عملهما غير متطابقين

الحل حـ

② مسطرة مترية فلزية قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطة $(O)$ عمودي على مستوى الصفحة، كما هو موضح في الشكل المجاور أثرت فيها قوتان شكلتا ازدواجا، فإذا علمت أن مقدار كل من القوتين $(100\ N)$، فإن عزم الازدواج بوحدة $(N.m)$ المؤثر في المسطرة يساوي:




أ- 25، باتجاه حركة عقارب الساعة

ب- 50، باتجاه حركة عقارب الساعة

حـ- 25، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة

ء- 50، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة

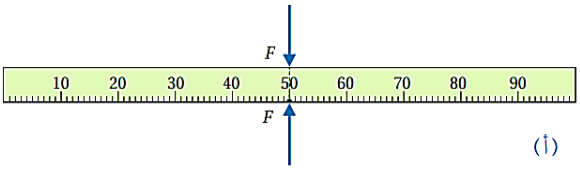
الحل ء

## ثالثاً: الاتزان

ينقسم الاتزان إلى

### الاتزان السكوني

- هنا الجسم أو النظام يكون ساكناً (لا يتحرك) وشروط حدوثه
1. ان تكون محصلة القوة المؤثرة فيه تساوي صفرا $(\sum F = 0)$
2. أن يكون العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرا $(\sum \tau = 0)$
- مثل:




(أ) خطّا عمل القوّتين المؤثّرتين في المسطرة متطابقان،

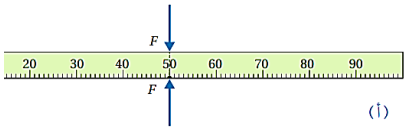
### الاتزان الحركي (الديناميكي)

#### الاتزان الانتقالي

- هنا الجسم متحرك بسرعة ثابتة مقداراً واتجاها
- يشترط ان تكون القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفر $(\sum F = 0)$
- مثل:

#### الاتزان الدوراني

- هنا الجسم لا يتحرك حركة دورانية
- يشرط ان تكون محصلة العزم المؤثر فيه تساوي صفرا $(\sum \tau = 0)$




**ملاحظة**

إذا ذكر السؤال أن الجسم متزن وفي حالة إتزان فقط يعني إتزان سكوني

✓ أتحقق: ما شرطا اتزان جسم؟

✸ عند حل المسائل

- يجب تحديد القوى المؤثر في الجسم وخاصة قوة الوزن $(F_g)$
- ويجب تحديد القوى التي تحدث عزماً
- ويجب تحديد اشارة العزم إذا كان موجب (دوران عكس عقارب الساعة)
- أو إذا كان سالب (دوران مع عقارب الساعة)

**ملاحظة هامة جدا**

- في مسائل الاتزان السكوني والدوراني نستطيع افتراض محور الدوران عند اي مكان نريد (لان الجسم متزن ولا يدور)
- ولكن يفضل اختيار موقع محور الدوران عند نقطة تكون فيها القوة مجهولة

**تذكر**

الوزن $F_g = mg$

حيث: $g = 10\ m/s^2$

**تذكر**

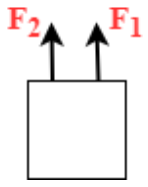
القوة العمودية : $F_N$

قوة الشد : $F_T$

**تذكر**

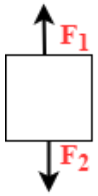
$(\sum F)$

**إذا كان القوى بنفس الاتجاه نجمعهم**



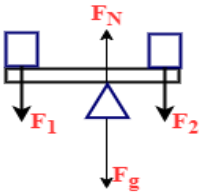

$\sum F = F_1 + F_2$

**وإذا كان القوى بعكس الاتجاه نطرحهم**




$\sum F = F_1 - F_2$

**مثال شامل**

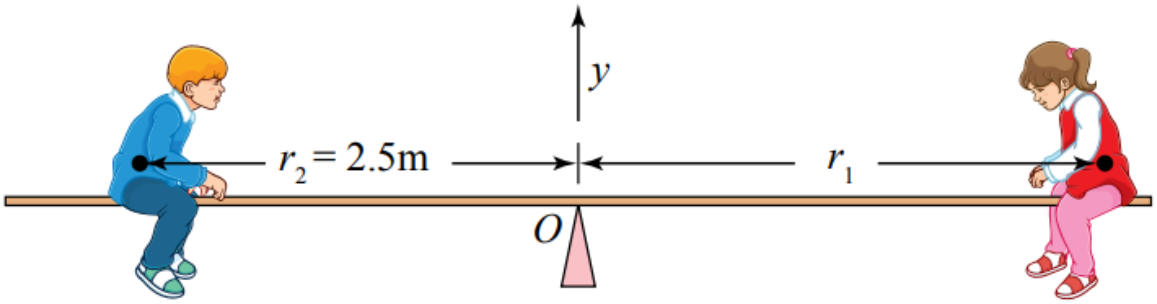



$\sum F = F_1 + F_g + F_2 - F_N$

هنا فقط $F_1$ و $F_2$ تحدث عزماً

**عليك ان تعلم**

اي قوة تؤثر على محور الدوران فإنها لا تحدث عزماً



## الأسئلة

1. أقارن بين الاتزان السكوني والاتزان الانتقالي من حيث: القوة المحصلة المؤثرة، السرعة الخطية، التسارع الخطي

| | القوة المحصلة المؤثرة | السرعة الخطية | التسارع الخطي |
|---|---|---|---|
| الاتزان السكوني | تساوي صفراً | تساوي صفراً | يساوي صفراً |
| الاتزان الحركي (الانتقالي) | تساوي صفراً | ثابتة مقداراً واتجاهاً | يساوي صفراً |

---

2. الفكرة الرئيسة: ما شرطا اتزان جسم؟

| | القوة المحصلة المؤثرة | السرعة الخطية | التسارع الخطي |
|---|---|---|---|
| الاتزان السكوني | تساوي صفراً | تساوي صفراً | يساوي صفراً |
| الاتزان الحركي (الانتقالي) | تساوي صفراً | ثابتة مقداراً واتجاهاً | يساوي صفراً |

---

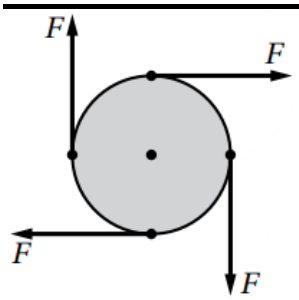
3. يجلس طفلان على طرفي لعبة (see-saw) متزنة أفقياً. عند تحرك أحد الطفلين مقتربا من نقطة الارتكاز، فان الطرف الذي يجلس عليه:

أ- يرتفع لأعلى
ب- ينخفض لأسفل
حـ- يبقى في وضعه الأفقي ولا يتغير
ء- قد يرتفع أو ينخفض حسب وزن الطفل

أ

---

4. يبين الشكل أربع قوى مماسية متساوية في المقدار تؤثر في قرص قطره $(d)$، بالاتجاهات المثبتة في الشكل. أي الجمل الآتية صحيحة؟




أ- القرص متزن؛ لأن القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا.
ب- القرص غير متزن؛ لأن القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي $4F$
حـ- القرص متزن؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرًا.
ء- القرص غير متزن؛ لأن مقدار العزم المحصل المؤثر فيه يساوي $2Fd$

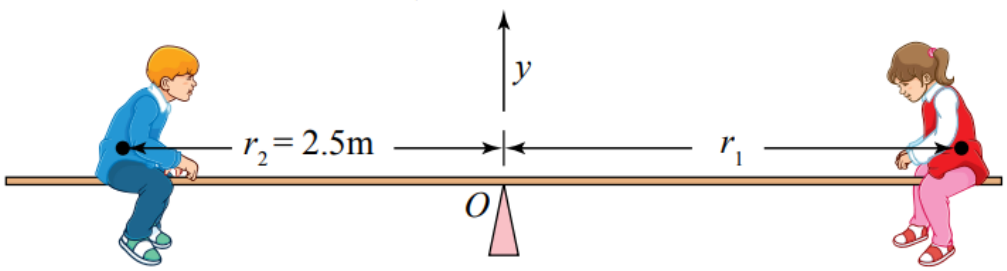
**5.** يجلس خالد $(60.0\ kg)$ وعاهد $(50.0\ kg)$ على طرفي لعبة see - saw متزنة أفقيا، تتكون من قضيب فلزي منتظم يرتكز عند نقطة في منتصفه. إذا كان بعد خالد $(1.5\ m)$ عن نقطة الارتكاز، فإن بعد عاهد عن النقطة نفسها بوحدة $m$ يساوي:

أ- 1.25 ب- 1.8 حـ- 3.0 ء- 2.0

ب

---

**6.** **أحلل واستنتج:** لعبة اتزان (see-saw) تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه $(150\ N)$؛ يرتكز من منتصفه عند النقطة $(O)$ تجلس نهى $(F_{g1})$ على أحد طرفي اللوح الخشبي على بعد $(r_1)$ من نقطة الارتكاز؛ بينما يجلس شقيقها ماهر $(F_{g2})$ على الجهة المقابلة على بعد $(2.5\ m)$ من نقطة الارتكاز. إذا علمت أن وزن نهى $(250\ N)$، ووزن ماهر $(300\ N)$، والنظام في حالة اتزان سكوني، واللوح الخشبي في وضع أفقي كما هو موضح في الشكل؛ أحسب مقدار ما يأتي:



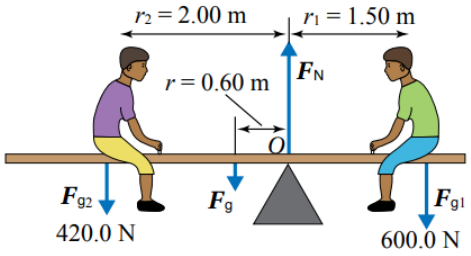

طفلان يجلسان على لعبة see – saw مُتّزنةٍ أُفقيًّا.

أ- القوة $(F_N)$ التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي، وأحدد اتجاهها.

ب- بعد نهى عن نقطة الارتكاز كي يكون النظام في حالة اتزان سكوني.

$700\ N, +y$
$3\ m$

**المثال 5**




الشكل (12): طفلان يجلسان على لعبة See – saw متزنة أُفقيًا.

يجلس فادي $(F_{g1})$ وصقر $(F_{g2})$ على جانبي لعبة اتزان (see - saw) تتكوّن من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه $(F_g)$ يؤثر في منتصفه، يرتكز على نقطة تبعد $(0.60\ m)$ يمين منتصف اللوح الخشبي، كما هو موضح في الشكل (12). إذا كان النظام المكوّن من اللعبة والطفلين في حالة اتزان سكوني واللوح الخشبي في وضع أفقي، وبالاستعانة بالبيانات المثبتة في الشكل؛ أحسب مقدار ما يأتي:

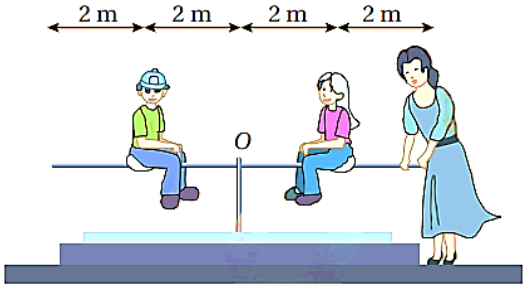
أ- وزن اللوح الخشبي $(F_g)$.

ب- القوة $(F_N)$ التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي.

$100\ N$
$1120\ N$

---

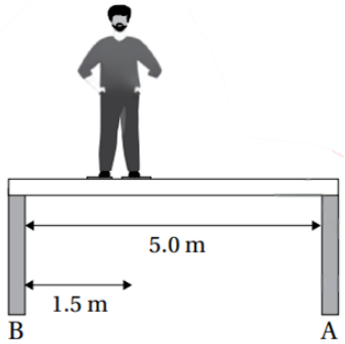
**7.** تجلس فتاة وأخوها على لعبة (see-saw)، كما هو مبين في الشكل، كتلة الفتاة $(40\ kg)$ وكتلة الولد $(50\ kg)$. وكي يبقى اللوح متزنًا تمسك الأم بطرف اللوح، وتؤثر فيه بقوة مقدارها واتجاهها:




أ- $50\ N$، للأعلى. ب- $50\ N$، للأسفل. حـ- $100\ N$، للأعلى. ء- $100\ N$، للأسفل.

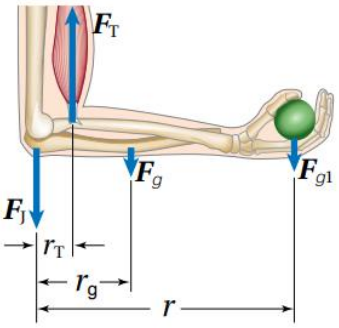
---

**8.** يقف شخص وزنه $(650\ N)$ على لوح خشبي منتظم وزنه $(250\ N)$ وطوله $(5.0\ m)$، يرتكز على دعامتين $(A)$ و $(B)$. الشخص يقف على بعد $(1.5\ m)$ من الدعامة $(B)$. مقدار القوتين $(F_A)$ و $(F_B)$ اللتين تؤثر بهما الدعامتان في اللوح بوحدة نيوتن $(N)$، هو:




أ- $F_A = 450\ ,F_B = 450$ ب- $F_A = 320\ ,F_B = 580$

حـ- $F_A = 195\ ,F_B = 705$ ء- $F_A = 224\ ,F_B = 676$

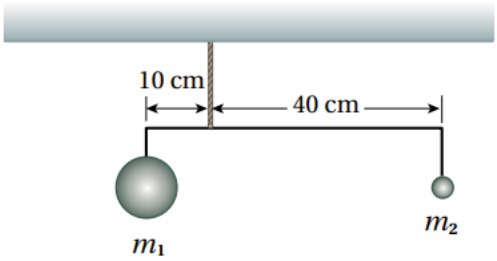



**9. أستخدم الأرقام:** ترفع جمانة بيدها ثقلاً وزنه $(40.0\ N)$، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضي. إذا علمتُ أنّ نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد $(r_T =$ $5.0\ cm)$ عن المرفق، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه $(30.0\ N)$ ويؤثر على بعد $(r_g = 15.0\ cm)$ عن المرفق، وبعد نقطة تأثير القوّة في اليد $(r = 35.0\ cm)$ عن المرفق، والساعد متزن أفقياً في الوضع الموضح في الشكل، فأحسب مقدار ما يأتي:

أ- قوة الشد في العضلة $(F_T)$ المؤثرة في الساعد .

ب- القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد $(F_J)$.

---




**10. أستخدم الأرقام:** في الشكل المجاور كرتان معلقتان بقضيب أفقي مهمل الكتلة، إذا كان مقدار كل من الكتلتين $(m_1 = 11kg)$ و $(m_2 = 2kg)$. أين يجب تعليق كتلة ثالثة $(m_3 = 3kg)$ بالنسبة إلى نقطة تعليق النظام كي يكون النظام متزنا؟

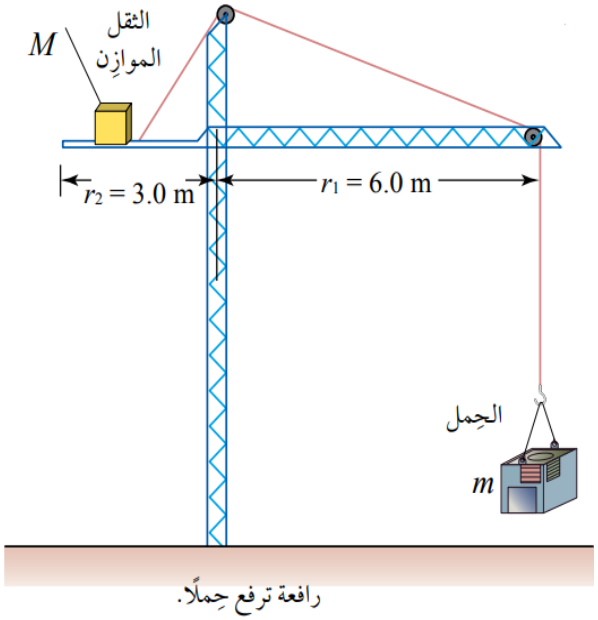
**11.** يبين الشكل المجاور ولدين كتلتيهما $(m_A = 60kg)$ و $(m_B = 45kg)$، يجلسان على لعبة (See-Saw) تتكون من لوح خشبي، فيتزن اللوح عند نقطة الارتكاز الواقعة عند منتصفه.

أ- أستخدم الأرقام: أحسب بعد الولد $(B)$ عن نقطة الارتكاز.

ب- أصدر حكما: هل سيبقى اللوح متزنا أم لا، للحالتين الآتيتين، ثم أوضح إجابتي.

- إذا تحرك كل ولد نحو نقطة الارتكاز مسافة $(1m)$.
- إذا تحرك الولد $(A)$ مسافة $(1m)$ مبتعدا عن نقطة الارتكاز، بينما تحرك الولد $(B)$ مسافة $\left(\frac{4}{3}\ m\right)$ مبتعدا عن نقطة الارتكاز.

**12.** تستخدم بعض أنواع الروافع لرفع الأثقال الكبيرة (الأحمال) إلى أعالي الأبراج والبنايات العالية. ويجب أن يكون العزم المحصل المؤثر في هذه الرافعة صفراً؛ كي لا يوجد عزم محصل يعمل على إمالتها وسقوطها؛ لذا يوجد ثقل موازن $M$ على الرافعة لتحقيق اتزانها، حيث يُحرك عادة هذا الثقل تلقائياً (بشكل أوتوماتيكي) عبر أجهزة استشعار ومحركات لموازنة الحمل بدقة. يبين الشكل المجاور رافعة في موقع بناء ترفع حملاً مقداره $(3.0 \times 10^3\ kg)$ ومقدار الثقل الموازن $(1.0 \times 10^4\ kg)$. أستعين بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عما يأتي مهملاً كتلة الرافعة، علماً بأن الرافعة متزنة أفقياً.



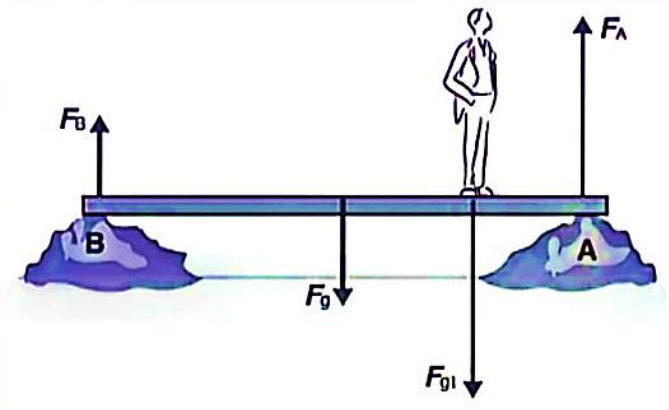
رافعة ترفع حِملًا.

أ- أحدد موقع الثقل الموازن عندما يكون الحمل مرفوعاً عن الأرض وفي حالة اتزان سكوني.

ب- أحدد مقدار أكبر كتلة يمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازن عند طرفها.

| |
|---|
| $1.8\ m$<br>$5000\ kg$ |

**13.** يوضح الشكل المجاور جسراً خشبياً منتظماً متماثلاً طوله $(8.0\ m)$، ووزنه $(200\ N)$، يرتكز طرفيه على ضفتي نهر. إذا وقف شخص وزنه $(800\ N)$ على بعد $(2\ m)$ من الطرف $(A)$، وكان اللوح متزناً؛ أحسب مقدار ما يأتي:



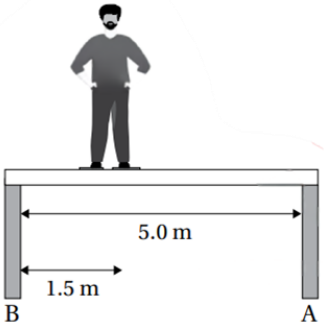

أ- القوة العمودية المؤثرة في الطرف $(A)$ من الجسر.

ب- القوة العمودية المؤثرة في الطرف $(B)$ من الجسر.

| |
|---|
| $700\ N$ |
| $300\ N$ |

---

**14.** يقف شخص وزنه $(650\ N)$ على لوح خشبي منتظم وزنه $(250\ N)$ وطوله $(5.0\ m)$، يرتكز على دعامتين $(A)$ و $(B)$. الشخص يقف على بعد $(1.5\ m)$ من الدعامة $(B)$. مقدار القوتين $(F_A)$ و $(F_B)$ اللتين تؤثر بهما الدعامتان في اللوح بوحدة نيوتن $(N)$، هو:




أ- $F_A = 450\ ,F_B = 450$

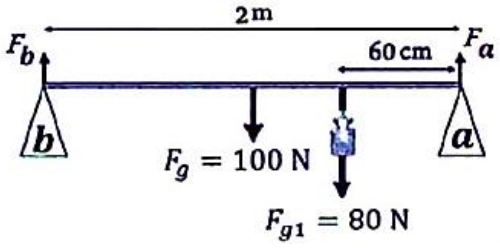
ب- $F_A = 320\ ,F_B = 580$

حـ- $F_A = 195\ ,F_B = 705$

ء- $F_A = 224\ ,F_B = 676$

## أسئلة سنوات سابقة:

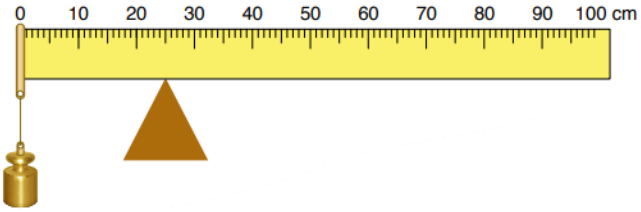
1. ساق فلزية منتظمة طولها $(2\ m)$ ووزنها $(100\ N)$ والذي يؤثر في منتصفها ومثبتة على نقطتي الارتكاز $(a\ ,b)$ علق في الساق جسم وزنه $(80\ N)$ على بعد $(60\ cm)$ من نقطة الارتكاز $(a)$ كما في الشكل المجاور. وكانت الساق في وضع اتزان سكوني. فإن القوتين اللتين تؤثر فيهما نقطتا الارتكاز $(a)$ و $(b)$ في الساق بوحدة نيوتن $(N)$ هما:




أ- $F_a = 58\ , F_b = 122$
ب- $F_a = 74\ , F_b = 106$
حـ- $F_a = 122\ , F_b = 58$
ء- $F_a = 106\ , F_b = 74$
د

---

2. مسطرة مترية منتظمة متماثلة ترتكز على نقطة عند التدريج $(25\ cm)$.
عُلّق ثقل كتلته $(m)$ عـند التدريج $(0\ cm)$ للمسطرة، فاتزنت أفقيا، كما هو موضح في الشكل المجاور. إنّ مقدار كتلة المسطرة المترية يساوي:




أ- $m$ ب- $0.5\ m$ حـ- $0.4\ m$ ء- $0.2\ m$

## رابعاً: مركز الكتلة (Center of Mass)

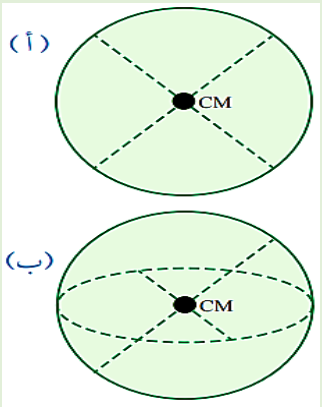
**عليك ان تعلم** يكون العزم المحصل الجزيئات النظام حول مركز الكتلة يساوي صفرًا

- **مركز الكتلة (CM):** هو النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها
- قد يقع مركز الكتلة داخل الجسم أو خارجه اعتماداً على شكل الجسم
- قبل أن نحدد أين يقع مركز الكتلة يجب تحديد إذا كان الجسم متماثل (منتظم توزيع الكتلة) او الجسم غير متماثل (غير منتظم توزيع الكتلة)

مركز الكتلة

### لجسم متماثل

يكون موقع مركز الكتلة في المركز الهندسي للجسم

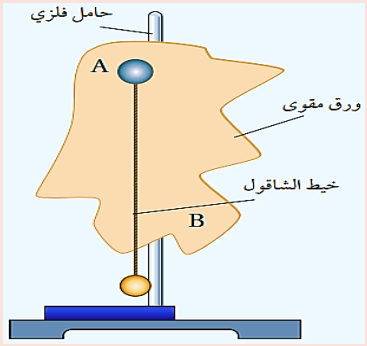



(أ) قرص مصمت أو مجوف

(ب) كرة مصمتة أو مجوفة

### لجسم غير متماثل

يكون موقع مركز الكتلة أقرب إلى المنطقة ذات الكتلة الأكبر (وسيتم شرحها في التجربة)

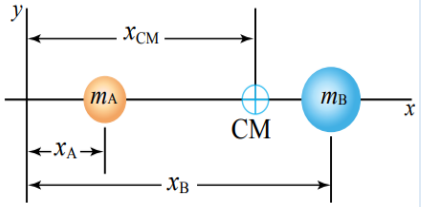



### لنظام مجموعة أجسام متماثلة

يكون موقع مركز الكتلة على الخط الواصل بينهم وأقرب إلى الكتلة الأكبر ونختار نظام محاور يقع فيه الأجسام على المحور (x) ونطبق العلاقة

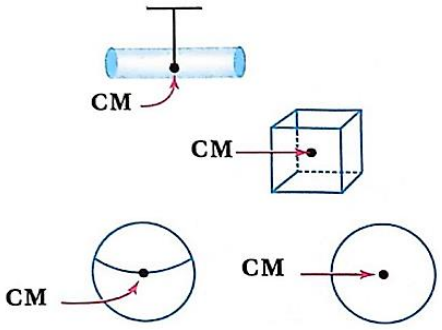
$$X_{C.M} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

الشكل (15): يقع مركز كتلة الثقلين المتساويين في منتصف المسافة بينهما.




الشكل (16): مركز الكتلة لجسيمين مختلفين في الكتلة يقعان على محور $x$ هو ($x_{CM}$)، يكون أقرب للكتلة الأكبر.

- إذا كان الجسم متماثل (منتظم) أي توزيع الكتلة (متجانس) يكون موقع مركز الكتلة هو مركزه الهندسي، مثل:

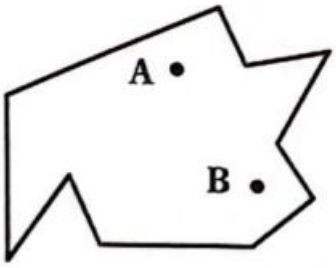



① مركز كتلة قضيب فلزي منتظم داخله وفي منتصف طوله

② مركز كتلة مكعب داخله وفي المركز

③ كرة سواء جوفاء أو مصمتة يكون مركز الكتلة في مركزها وكذلك الحلقة الدائرية.

- إذا كان الجسم غير متمثل (غير منتظم) أي توزيع الكتلة غير متجانس في هذه الحالة أعلق الجسم عن طريق خيط او خطاف (نابض) حتى يستقر (يتزن) وارسم خطأ بالمسطرة وقلم رصاص يكون رأسياً لأسفل باتجاه وزنه ثم اعلقه مرة ثانية من نقطة أخرى مثل $(B)$ حتى يتزن وأرسم خطا عموديا (رأسياً) باتجاه وزنه وعند نقطة تقاطع الخطين يكون مركز الكتلة $(CM)$.




## مركز كتلة جسم غير منتظم الشكل

التجربة 1

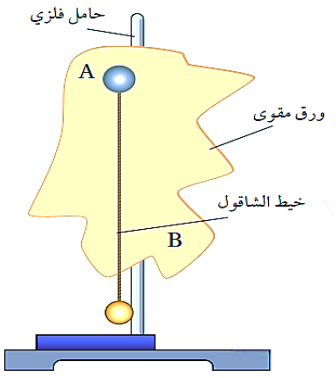
**المواد والأدوات:** قطعة ورقي مقوي، حامل فلزي، قلم رصاص، مقص، مثقب، خيط الشاقول.

**إرشادات السلامة:**

ارتداء المعطف واستعمال النظارات الواقية للعينين، والحذر من سقوط الأجسام والأدوات على القدمين.

**خطوات العمل:**

**بالتعاون مع أفراد مجموعتي، أنفذ الخطوات الآتية:**




1- أقص قطعة الورق المقوى لأحصل على شكل غير منتظم، وأثقبه عند حافته ثقوباً عدة صغيرة متباعدة؛ ثقبان على الأقل عند النقطتين مثل: $A$ و $B$.

2- **أجرب:** أعلق قطعة الورق المقوى (الشكل غير المنتظم) من أحد الثقبين في الحامل الرأسي، وأعلق خيط الشاقول بالحامل الرأسي أيضاً، وأنتظر حتى يستقر كل منهما ويتوقف عن التأرجح.

3- أرسم خطاً رأسياً على قطعة الورق المقوى على امتداد خيط الشاقول؛ كما هو موضح في الشكل.

4- أكرر الخطوة السابقة بتعليق قطعة الورق المقوى من الثقب الآخر.

التحليل والاستنتاج:

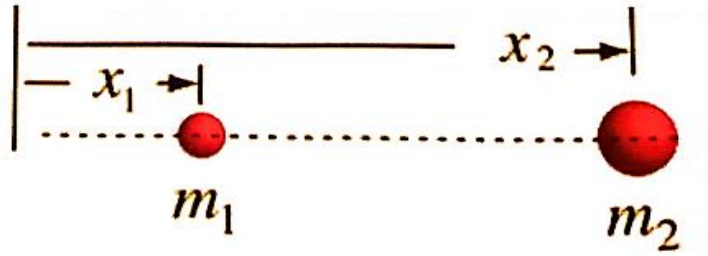
1. أستنتج: أحدد نقطة تقاطع الخطين على قطعة الورق المقوى، ما الذي تمثله هذه النقطة؟ ماذا أستنتج؟
2. أقارن بين موقع مركز الكتلة لجسم غير منتظم الشكل، وآخر منتظم الشكل ومتجانس.
3. أتوقع ما يحدث لقطعة الورق المقوى غير المنتظمة عند تعليقها من نقطة تقاطع الخطين. أفسر إجابتي.

## إجابات أسئلة التحليل والاستنتاج

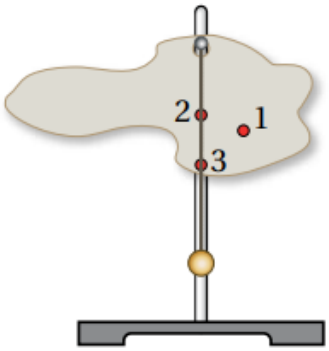
1. هذه النقطة هي مركز كتلة المسطرة $(CM)$، وأستنتج أنه لتحديد مركز كتلة جسم غير منتظم يلزمني تعليقه بشكل حر من موقعين على الأقل، فيكون مركز الكتلة عند نقطة تقاطع الخطين.
2. تقع مراكز كتل الأجسام المنتظمة والمتماثلة في مراكزها الهندسية، أما الأجسام غير المتماثلة وغير المنتظمة (قطعة الورق المقوى، مثلاً) فتكون مراكز كتلها أقرب للجزء الأكبر كتلة منها.
3. تكون قطعة الورق المقوى متزنة ولا تدور عند تعليقها، إذ تمثل هذه النقطة مركز كتلتها، وعند تعليق جسم من مركز كتلته فإنه يكون متزنًا.

## أمثلة على مركز الكتلة

المطلوب منا فقط حساب مركز الكتلة لنظام يتكون من جسمين نقطيين.



تمرين :

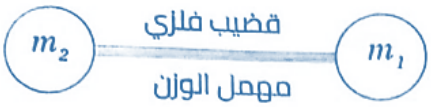



أجرت طالبة تجربة مماثلة للتجربة (1) لإيجاد موقع مركز الكتلة لصفيحة غير منتظمة الشكل. حددت الطالبة ثلاث نقاط توقعت أن مركز الكتلة يقع عندها، ثم علقت الصفيحة من النقطة $(A)$ وانتظرت إلى أن توقف الشاقول المعلق عن التأرجح، واستقر كما في الشكل.

- أصدر حكما: أي من النقاط الثلاث من المحتمل أن يقع مركز الكتلة عندها؟ أبرر إجابتي.
- أقترح خطوة إضافية على الطالبة أن تقوم بها لتحدد موقع مركز الكتلة بدقة.

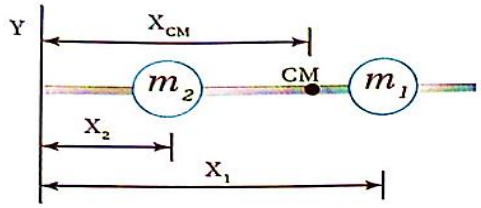
## مركز الكتلة لنظام يتكون من جسمين:

أ. إذا كانت $m_2 = m_1$ أي لهما نفس الوزن يكون مركز الكتلة في منتصف المسافة بينهما.




ب. إذا كانت $m_2 \neq m_1$

يكون مركز الكتلة يقع على الخط الواصل بينهما وأقرب لجسم الأكبر كتلة وفي هذه الحالة لتحديد الاحداثي $(x)$ لموقع مركز كتلة النظام $(X_{C.M})$ نضع محاور بحيث يكون فيه الجسمان على محور $(+x)$.




ويمكن اختيار محور $(y)$ بحيث يمر في مركز $(m_2)$ بحيث $(x_2 = 0)$ إذا لم تكن $(x_2)$ معلومة.

الاحداثي $(x)$ لموقع مركز الكتلة لنظام يتكون من كتلتين مختلفتين.

$$X_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

مركز الكتلة لنظام يتكون من أكثر من جسمين $(n)$ من الاجسام:

لتحديد الاحداثي $(x)$ لموقع مركز الكتلة.

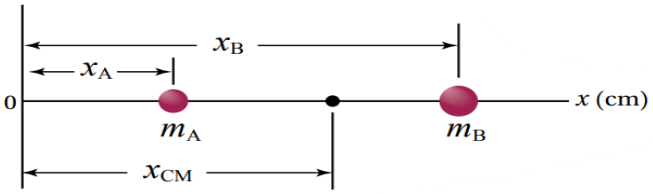
$$X_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} = \frac{\sum m_ix_i}{M}$$

حيث $\sum m_i = M$ الكتلة الكلية للنظام

---

### المثال 6

نظام يتكون من كرتين $(m_A = 1.0\ kg)$ و $(m_B = 3.0\ kg)$ كما هو موضح في الشكل (17). إذا علمت أن $(x_A = 5.0\ cm)$ و $(x_B = 15.0\ cm)$؛ أحدد موقع مركز كتلة النظام.



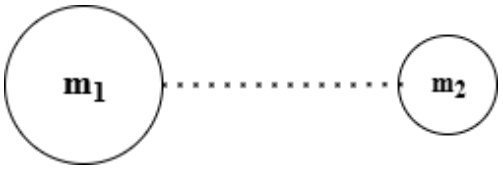

الشكل (17): نظام مكوّن من كُرَتين تقَعانِ على محور $x$.

سؤال

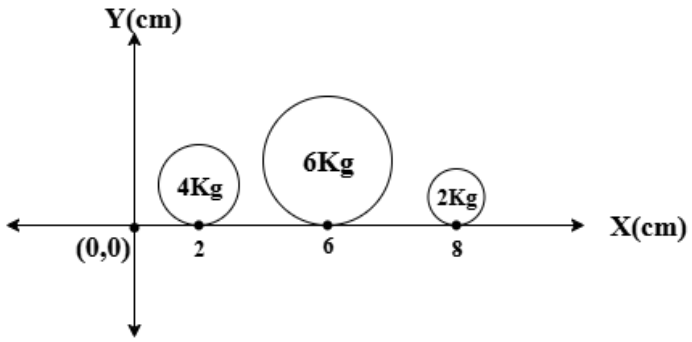
في الشكل المجاور نظام يتكون من كرتين $(m_A = 2\ kg), (m_B = 8\ kg)$ والبعد $(20\ cm)$ بينهما حدد موقع مركز الكتلة للنظام؟

---

1. نظام يتكون من كرتين حيث $(m_1 = 8\ kg)$ و $(m_2 = 2\ kg)$ والمسافة بينهما $(20\ cm)$، أحدد موقع مركز الكتلة بالنسبة للكرة الأولى.



2. اعتماداً على المعلومات المثبتة على الشكل احسب مركز الكتلة للنظام.




---

3. جسيمان نقطيان البعد بينهما $(r)$ إذا علمت أن $(m_1 = 4\, m_2)$ فإنه موقع مركز الكتلة يكون:

أ- في منتصف المسافة بين الجسمين

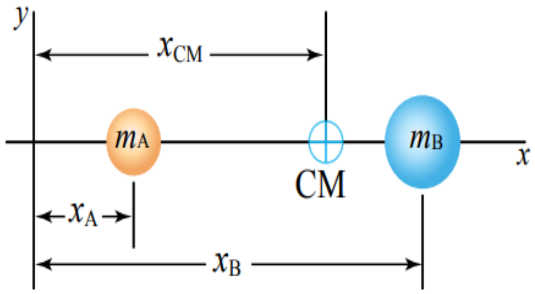
ب- بين الجسمين وأقرب إلى $(m_1)$

حـ- بين الجسمين وأقرب إلى $(m_2)$

ء- خارج الخط الواصل بين الجسمين وأقرب إلى $(m_1)$

أفكر:

يكون العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفراً. كيف يمكنني استخدام هذه الطريقة لتحديد الإحداثي $(x_{CM})$ لمركز كتلة النظام الموضح في الشكل (16)؟




العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفراً. محور الدوران محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر بمركز كتلة النظام الموضح في الشكل (16). ويكون عزم مركز كتلة النظام حول المحور صفراً.

$$\sum \tau = 0$$
$$m_A(x_{CM} - x_A) - m_B(x_B - x_{CM}) = 0$$
$$m_A\, x_{CM} - m_A\, x_A - m_B\, x_B + m_B\, x_{CM} = 0$$
$$x_{CM}(m_A + m_B) = m_A\, x_A + m_B\, x_B$$
$$x_{CM} = \frac{m_A\, x_A + m_B\, x_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A\, x_A + m_B\, x_B}{M}$$

---

4. أوضح المقصود بمركز كتلة جسم.

مركز الكتلة: هو النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها.

---

5. حل المشكلات: يُعالج الاهتزاز في إطار عجل سيارة بوضع قطع رصاص على الجزء الفلزي من الإطار (الجنط). كيف يعمل ذلك على التخلص من اهتزاز الإطار؟

عند حدوث عدم تماثل في توزيع كتلة الإطار (حدوث تأكل في بعض أجزاء العجل مثلا)، لا ينطبق مركز كتلة الإطار مع مركزه الهندسي الذي يمر فيه محور الدوران، ما يسبب اهتزاز عجل السيارة خصوصا عند السرعات العالية.

ولضمان توزيع منتظم لكتلة الإطار بحيث ينطبق مركز كتلته مع مركزه الهندسي يتم إضافة قطع من الرصاص لاستعادة توزيع منتظم لكتلة العجل حول محور الدوران. هذا بدوره يؤدي إلى توقف الإطار عن الاهتزاز عند السرعات المرتفعة.

6. كسر مضرب بيسبول منتظم الكثافة في موقع مركز كتلته إلى جزأين كما هو موضح في الشكل. إن الجزء ذا الكتلة الأصغر هو:

أ. الجزء الموجود على اليمين.

ب. الجزء الموجود على اليسار.

حـ. كلا الجزأين له الكتلة نفسها.

ء. لا يمكن تحديده.

---

7. قطعة بوليسترين على شكل خارطة المملكة الأردنية الهاشمية. كيف أحدّد مركز كتلتها عملياً؟

- أقص قطعة الورق المقوى لأحصل على شكل غير منتظم، وأثقبه عند حافته ثقوباً عدة صغيرة متباعدة؛ ثقبان على الأقل عند النقطتين مثل: A و B.
- أجرب أعلق قطعة الورق المقوى (الشكل غير المنتظم) من أحد الثقبين في الحامل الرأسي، وأعلق خيط الشاقول بالحامل الرأسي أيضا، وأنتظر حتى يستقر كل منهما ويتوقف من التأرجح، ثم أرسم خطاً رأسياً على قطعة الورق المقوى على امتداد خيط الشاقول؛ كما هو موضح في الشكل.
- أكرر الخطوة السابقة بتعليق قطعة الورق المقوى من الثقب الآخر.

---

8. أحلل واستنتج: أحدد نقطة تقاطع الخطين على قطعة الورق المقوى، ما الذي تمثله هذه النقطة؟ ماذا أستنتج؟

- هذه النقطة هي مركز كتلة الأردن، وأستنتج أنه لتحديد مركز كتلة جسم غير منتظم يلزمني تعليقه بشكل حر من موقعين على الأقل، فيكون مركز الكتلة عند نقطة تقاطع الخطين.

---

9. أقارن بين موقع مركز الكتلة للمسطرة المترية وموقع مركز الكتلة للشكل غير المنتظم من قطعة الورق المقوى. ماذا أستنتج؟ أفسر إجابتي.

- تقع مراكز كتل الأجسام المنتظمة والمتماثلة في مراكزها الهندسية، أما الأجسام غير المتماثلة وغير المنتظمة (قطعة الورق المقوى، مثلا) فتكون مراكز كتلها أقرب للجزء الأكبر كتلة منها.

---

10. أتوقع ما يحدث لقطعة الورق المقوى غير المنتظمة عند تعليقها من نقطة تقاطع الخطين. أفسر إجابتي.

- تكون قطعة الورق المقوى متزنة ولا تدور عند تعليقها، إذ تمثل هذه النقطة مركز كتلتها، وعند تعليق جسم من مركز كتلته فإنه يكون متزنا.

## مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما الشرطان اللذين يجب أن يتحققا معا كي يكون الجسم أو النظام متزنا؟

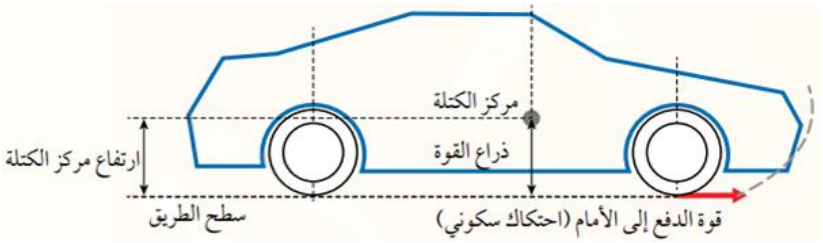
2. **أوضح** المقصود بمركز كتلة جسم.

3. **أفسر:** أثرت قوى عدة في جسم؛ بحيث تمر خطوط عملها في مركز كتلته، وكانت القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا. هل يكون الجسم متزنًا أم لا؟ أبرر إجابتي.

4. **أقارن** بين الاتزان السكوني والاتزان الحركي من حيث: القوة المحصلة المؤثرة، السرعة الخطية، التسارع الخطي.

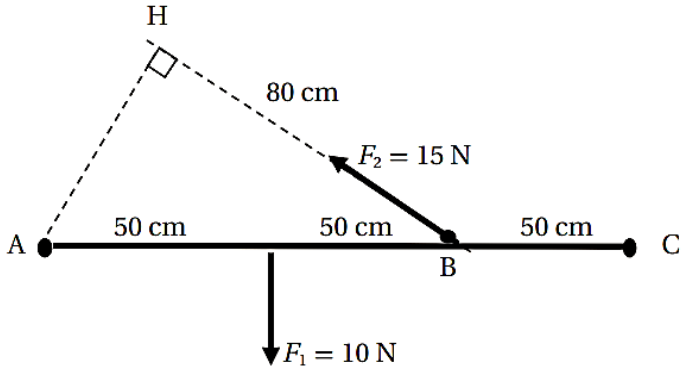
5. **أتوقع:** رأت ذكرى أخاها يحاول فك إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شد لفك الصواميل التي تثبت الإطار، لكنه لم يستطع فكها. أذكر طريقتين -على الأقل- يمكن أن تقترحهما ذكرى على أخيها لمساعدته على فك الصواميل. أفسر إجابتي.

6. **التفكير الناقد:** عند انطلاق السيارة بشكل مفاجئ؛ قد ترتفع مقدمتها إلى الأعلى. مستعينا بالشكل المجاورة أفسر سبب ذلك.



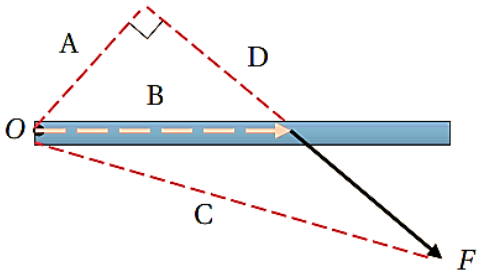

7. **أستخدم الأرقام:** في الشكل المجاور أحسب العزم المحصل للقوى المبينة في الشكل، حول محور دوران عمودي على الصفحة:

أ. يمر بالنقطة $(A)$.  ب. يمر بالنقطة $(B)$.  حـ. يمر بالنقطة $(C)$.



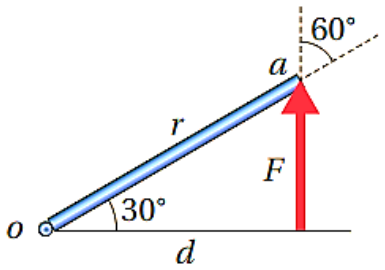
**8. أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة مما يأتي:**

① يبين الشكل قوة $(F)$ تعمل على تدوير الجسم حول محور يمر بالنقطة $(O)$؛ فإن ذراع القوة هو الخط المشار إليه بالرمز:



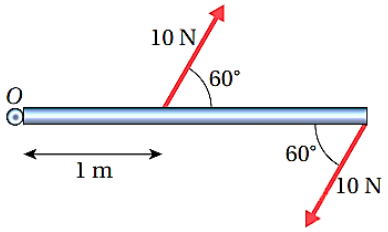

أ- $A$ ب- $B$
حـ- $C$ ء- $D$

② يبين الشكل جسما قابلا للدوران حول محور يمر بالنقطة $(O)$، تؤثر فيه قوة $(F)$ عند النقطة $(a)$. معتمدا على الشكل وبياناته؛ فإن عزم هذه القوة يساوي:



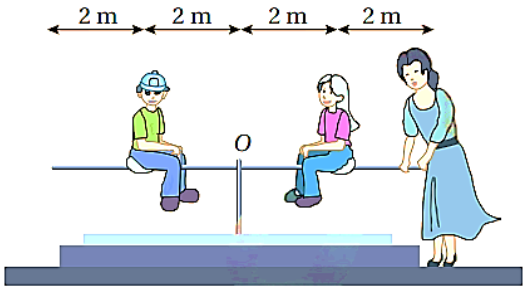

أ- $+rF\sin 150°$ ب- $-rF\sin 60°$
حـ- $-dF$ ء- $+dF$

③ يبين الشكل المجاور مقطعا عرضيًا لباب طوله $(2.5\ m)$، ومحورًا دورانه يمر بالنقطة $(O)$. بالاعتماد على البيانات المثبتة على الشكل؛ فإن العزم المحصل المؤثر في الباب بوحدة $(N.m)$:



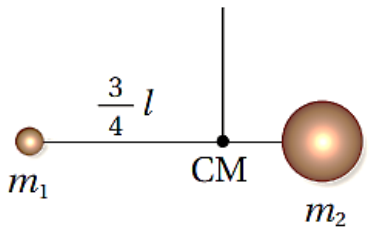

أ- $35\sin 60°$، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.
ب- $35\sin 60°$، مع اتجاه حركة عقارب الساعة.
حـ- $15\sin 120°$، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.
ء- $15\sin 120°$، مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

④ تجلس فتاة وأخوها على لعبة (see-saw)، كما هو مبين في الشكل، كتلة الفتاة $(40\ kg)$ وكتلة الولد $(50\ kg)$. وكي يبقى اللوح متزنًا تمسك الأم بطرف اللوح، وتؤثر فيه بقوة مقدارها واتجاهها:




أ- $50\ N$، للأعلى. ب- $50\ N$، للأسفل.
حـ- $100\ N$، للأعلى. ء- $100\ N$، للأسفل.

⑤ يبين الشكل المجاور كرتين كتلتيهما $(m_1\ , m_2)$، تتصلان بقضيب فلزي خفيف كتلته مهملة وطوله $(l)$، يتزن النظام عند تعليقه من مركز كتلته الذي يبعد عن الكرة الأولى $\left(\frac{3}{4}\ l\right)$، فيكون مقدار كتلة الكرة $(m_1)$:




أ- $\frac{1}{4}\ m_2$ ب- $\frac{1}{3}\ m_2$
حـ- $\frac{2}{3}\ m_2$ ء- $\frac{3}{4}\ m_2$

# الدرس الثاني: ديناميكا الحركة الدورانية
# (Dynamics of Rotational Motion)

في هذا الدرس سوف ندرس

| وصف الحركة الدورانية | عزم القصور الذاتي $(I)$ والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية |
|---|---|

وصف الحركة الدورانية:

| الإزاحة الزاوية | السرعة الزاوية | التسارع الزاوي |
|---|---|---|

**الفكرة الرئيسة**

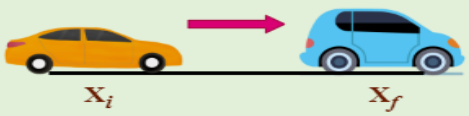
تلزمني معرفة كميات فيزيائية عدة لوصف الحركة الدورانية لجسم، منها الإزاحة الزاوية، السرعة الزاوية، التسارع الزاوي، وعزم القصور الذاتي والعلاقة بينها.

**قبل ان نبدأ عليك أن تعلم**

الحركة

**الحركة الانتقالية**

مثل: حركة سيارة في خط مستقيم




هنا يتغير موقع السيارة من $x_i$ إلى $x_f$

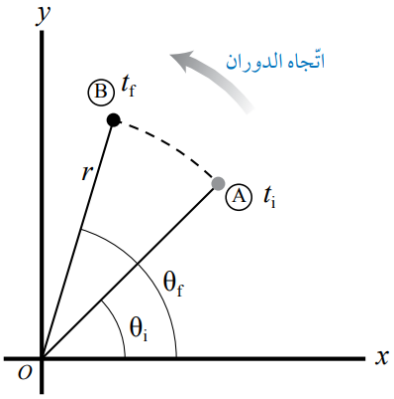
**الحركة الدورية**

| الدورانية | الدائرية لن | الاهتزازية لن |
|---|---|---|
| مثل: دوران الأرض حول نفسها | نهتم بها | نهتم بها |

- عندما يدور جسم بزاوية معينة فإن جميع جسيماته تدور بالزاوية نفسها.
- الآن سنتعرف على الكميات الفيزيائية التي تصف الحركة الدورانية.

## أولاً : الموقع الزاوي $(\theta)$

- رمزه $(\theta)$
- يقاس بوحدة $(rad)$
- هو الزاوية $(\theta)$ التي يصنعها الخط الواصل بين الجسيم ونقطة الأصل مع الخط المرجعي (محور $+x$)
- انظر الشكل:




  - الموقع الزاوي للجسم $(A)$ هو $\theta_i$ عند اللحظة $t_i$
  - الموقع الزاوي للجسيم $(B)$ هو $\theta_f$ عند اللحظة $t_f$

## ثانياً : الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$

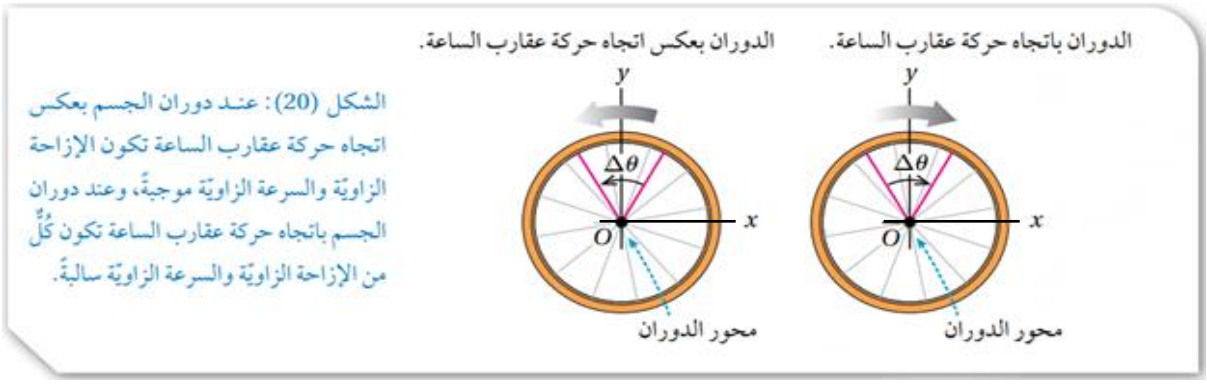
- رمزها $(\Delta\theta)$
- تقاس بوحدة $(rad)$
- هي التغير في الموقع الزاوي، وتساوي الزاوية التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم
- القانون:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

- $(\Delta\theta)$ يمكن ان تكون
  - موجبة $(+)$ $\Delta\theta$ إذا الجسم يدور بعكس عقارب الساعة
  - أو
  - سالبة $(-)$ $\Delta\theta$ إذا الجسم يدور مع عقارب الساعة

**تذكر**

$$\theta^\circ \xrightarrow[\times\frac{\pi}{180}]{\times} \theta_{rad}$$




الشكل (20): عند دوران الجسم بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة تكون الإزاحة الزاويّة والسرعة الزاويّة موجبةً، وعند دوران الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة تكون كلٌّ من الإزاحة الزاويّة والسرعة الزاويّة سالبةً.

## ثالثاً : السرعة الزاوية المتوسطة

الشكل (21): استخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى لتحديد اتّجاه السرعة الزاويّة لجسم يدور (أ) بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة، (ب) باتّجاه حركة عقارب الساعة، عند النظر إليهما من أعلى.

- رمزها $(\bar{\omega})$
- تقاس بوحدة $(rad/s)$
- كمية متجهة (يحدد اتجاهها من خلال قبضة اليد اليمنى)
- هي نسبة الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$ لذلك الجسم إلى الفترة الزمنية $(\Delta t)$ التي حدثت خلالها هذه الإزاحة.
- القانون:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}$$

- $(\bar{\omega})$
  - موجبة $(+)$ إذا كان الدوران عكس عقارب الساعة لان $(\Delta\theta)$ موجبة
  - أو
  - سالبة $(-)$ إذا كان الدوران مع عقارب الساعة لان $(\Delta\theta)$ سالبة.
- تعتمد السرعة الزاوية على:
  1. الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$
  2. الفترة الزمنية $(\Delta t)$

**ملاحظة**

السرعة الزاوية اللحظية $(\omega)$: هي سرعة الجسم عند لحظة معينة

**عليك ان تعلم**

إذا كان الجسم يدور بسرعة زاوية ثابتة فإن السرعة الزاوية اللحظية تساوي السرعة الزاوية المتوسطة أي ان $\omega = \bar{\omega}$

**ملاحظة**

إذا ذكر مصطلح السرعة الزاوية فيقصد به السرعة الزاوية اللحظية $(\omega)$

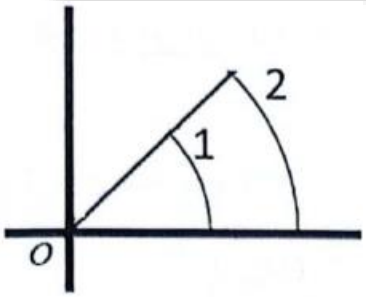
**سؤال ؟**

1. ما المقصود بالسرعة الزاوية المتوسطة
2. متى تتساوى $(\omega = \bar{\omega})$؟
3. ماذا يعني ان $(\bar{\omega})$ موجبة أو سالبة؟

- يكون اتجاه الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$ والسرعة الزاوية $(\omega)$ باتجاه محور الدوران، ويكون غالبا عمودياً على الصفحة (باتجاه محور $z$)

**الربط مع الفلك**

كوكب الأرض جسم يتحرك حركة دورانية، ويكون لأجزائه جميعها الإزاحة الزاوية نفسها، وبالتالي السرعة الزاوية نفسها، في حين يقطع كل جزء منها مسافات مختلفة في كل دورة نتيجة اختلاف بعد كل منها عن محور الدوران.




- كلما زاد بعد الجسم عن محور الدوران، زادت المسافة التي يقطعها أثناء دورانه.
- الجسم (1) أقرب لمحور الدوران، فيقطع مسافة أقل.
- الجسم (2) أبعد عن محور الدوران، فيقطع مسافة أكبر.
- لكن الإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية المتوسطة لهما متساوية.

---

- عندما تتغير السرعة الزاوية فإن الجسم يكتسب تسارع زاوي

## رابعاً : التسارع الزاوي المتوسط

- رمزه $(\bar{\alpha})$
- يقاس بوحدة $(rad/s^2)$
- هو نسبة التغير في مقدار السرعة الزاوية إلى الفترة الزمنية $(\Delta t)$ اللازمة لحدوث هذا التغير
- القانون $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$

**ملاحظة**

في أثناء دوران الجسم فإن عند كل لحظة يمتلك تسارع زاوي لحظي $(\alpha)$

**عليك ان تعلم**

إذا كان التسارع الزاوي ثابت فإن التسارع الزاوي اللحظي يساوي التسارع الزاوي المتوسط $(\alpha = \bar{\alpha})$

**ملاحظة**

إذا ذكر مصطلح التسارع الزاوي فيقصد به التسارع الزاوي اللحظي

حالات الجسم

- الجسم يتسارع إذا كانت اشارة السرعة الزاوية $(\omega)$ والتسارع الزاوي $(\alpha)$ متماثلتين اي ان $+,+$ أو $-,-$
- الجسم يتباطىء إذا كانت اشارة السرعة الزاوية $(\omega)$ والتسارع الزاوي $(\alpha)$ مختلفتين اي ان $+,-$ أو $-,+$

**مهم**

إذا كانت السرعة الزاوية ثابتة فإن التسارع الزاوي صفر

**عليك ان تعلم**

⇐ عند ما يدور جسم حول محور ثابت فإن للجسم وجميع جسيماته الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$ والسرعة الزاوية $(\omega)$ والتسارع الزاوي $(\alpha)$ نفسه، ولذا فإن $(\Delta\theta)$ و $(\omega)$ و $(\alpha)$ تميز الحركة الدورانية للجسم بأكمله إضافة إلى الجسيمات المفردة المكونة له.

⇐ بما ان التسارع الزاوي ثابت يحق لنا استخدام معادلات الحركة الدورانية بتسارع زاوي ثابت

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\omega_f{}^2 = \omega_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

**سؤال ؟**

ما المقصود بالتسارع الزاوي المتوسط؟ وما وحدة قياسه؟

## ملاحظات ومسلمات

---

## جميع القوانين

## الأسئلة:

① **الفكرة الرئيسة:** ما الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟

من الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية: العزم، والإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية، والتسارع الزاوي.

---

② **أفسر:** تدور إطارات سيارة بسرعة زاوية ثابته تساوي $(5.0\ rad/s)$. هل التسارع الزاوي للإطارات موجب أم سالب أم صفر؟ أفسر إجابتي.

بما أن الإطارات تدور بسرعة زاوية ثابتة فإن تسارعها الزاوي يساوي صفرا.

---

③ **أفسر:** السرعة الزاوية لجسم عند لحظة زمنية معينة تساوي $(-3\ rad/s)$، وتسارعه الزاوي عند اللحظة نفسها $(2\ rad/s^2)$. أجيب عما يأتي:

أ- هل يدور الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أفسر إجابتي.

بما أن إشارة السرعة الزاوية سالبة فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب- هل يتزايد مقدار سرعته الزاوية أم يتناقص أم يبقى ثابت؟ أفسر إجابتي.

بما أن إشارتي السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتان فإن الجسم يتباطأ.

---

④ **أحلل واستنتج:** يدور إطار دراجة بسرعة زاوية ثابتة حول محور ثابت. كيف يتغير مقدار السرعة الزاوية لأجزاء الإطار بالانتقال من داخله إلى حافته الخارجية؟

لجميع أجزاء الإطار السرعة الزاوية نفسها.

---

⑤ جسمان متماثلان $A$ و $B$ على سطح الأرض الجسم $A$ عند خط الاستواء، والجسم $B$ عند قطبها الشمالي. أي مما يأتي يعبر بشكل صحيح عن العلاقة بين سرعزي الجسمين الزاوية؟

أ- $\omega_A = \omega_B \neq 0$ ب- $\omega_A > \omega_B$ حـ- $\omega_A < \omega_B$ ء- $\omega_A = \omega_B = 0$

| أ |
|---|

---

⑥ عند دوران إطار سيارة حول محور ثابت؛ فإن مقدار سرعته الزاوية:

أ- يكون متساويا لأجزائه جميعها. ب- يزداد بالابتعاد عن محور الدوران.

حـ- يقل بالابتعاد عن محور الدوران. ء- يساوي صفرا.

| أ |
|---|

⑦ **التفكير الناقد:** ذهبت عرين وفرح إلى مدينة الألعاب في عيد الفطر، وركبتا لعبة الحصان الدوار، حيث جلست عرين على حصان قرب الحافة الخارجية للصفيحة الدائرية المتحركة للعبة، بينما جلست فرح على حصان في منتصف المسافة بين عرين ومحور الدوران الثابت. عند دوران اللعبة بسرعة زاوية ثابتة؛ أي الفتاتين: عرين أم فرح مقدار سرعتها الزاوية أكبر؟

مقدارا السرعة الزاوية لهما متساويان؛ إذ تقطع الفتاتان الزاوية نفسها خلال الفترة الزمنية نفسها.

---

⑧ الزاوية التي يصنعها الخط الواصل بين الجسم ونقطة الأصل مع الخط المرجعي (محور $+x$) تسمى:

أ- الإزاحة الزاوية ب- الموقع الزاوي حـ- السرعة الزاوية ء- الزاوية الحرجة

ب

---

⑨ عند دوران أسطوانة مصمتة متماثلة حول محور ثابت مدة زمنية معينة فإن مقدار الإزاحة الزاوية:

أ- أن يكون متساويا لأجزائها جميعها.

ب- لا يعتمد على زمن دوران الجسم، فهو يساوي $(2\ \pi\ rad)$ دائما.

حـ- يكون أكبر للجسيمات القريبة من محور الدوران

ء- يكون أكبر للجسيمات البعيدة من محور الدوران.

أ

---

⑩ السرعة الزاوية لجسم يتحرك حركة دورانية عند لحظة معينة تساوي $(-5\ rad/s)$، وتسارعه الزاوي عند اللحظة نفسها $(3\ rad/s^2)$. أصف حركة هذا الجسم بأنه:

أ- يدور باتجاه حركة عقارب الساعة بتسارع.

ب- يدور باتجاه حركة عقارب الساعة بتباطؤ.

حـ- يدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة بتسارع.

ء- يدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة بتباطؤ.

ب

(11) يدور إطار سيارة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول محور دوران ثابت عمودي عليه ويمر في مركزه. أي الجمل الآتية صحيحة في ما يتعلق بحركة الإطار:

أ- تزداد السرعة الزاوية لأجزاء الإطار بالاقتراب من محور الدوران.

ب- تزداد السرعة الزاوية لأجزاء الإطار بالابتعاد عن محور الدوران.

حـ- يكون لأجزاء الإطار جميعها السرعة الزاوية نفسها.

ء- السرعة الزاوية لبعض أجزاء الإطار موجبة، ولأجزاء أخرى سالبة حسب بعدها عن محور الدوران.

| ج |
|---|

---

(12) **أستخدم الأرقام:** تدور عربة دولاب هوائي في مدينة الألعاب بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة ، فتمسح إزاحة زاويةً مقدارها $(1.5\ rad)$ خلال $(3.0\ s)$. أحسب مقدار السرعة الزاوية المتوسطة للعربة.

| $0.5\ rad/s$ |
|---|

---

(13) **أحسب:** مثقب كهربائي يدور جزؤه الدوّار من السكون بتسارع زاوي ثابت، ويُصبح مقدار سرعته الزاوية $(2.6 \times 10^3\ rad/s)$ بعد $(4.0\ s)$ من بدء دورانه. أحسب مقدار التسارع الزاوي للجزء الدوّار من المثقب.

| $650\ rad/s^2$ |
|---|

**المثال 7**

يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون إلى $(3.00 \times 10^3\ rad/s)$ خلال $(30.0\ s)$ بتسارع زاوي ثابت، أحسب مقدار ما يأتي:

أ. التسارع الزاوي المتوسط.

ب. السرعة الزاوية بعد مرور $(20.0\ s)$ من بدء دورانه.

$100\ rad/s^2$
$2000\ rad/s$

---

**تمرين**

أستخدم الأرقام: يدور إطار سيارة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة؛ بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(2.0\ rad/s)$ مدةً زمنية مقدارها $(20.0\ s)$، ثم يتسارع بعد ذلك بتسارع زاوي ثابت مقداره $(3.5\ rad/s^2)$ مدة زمنية مقدارها $(10.0\ s)$. أحسب مقدار ما يأتي:

أ. الإزاحة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بسرعة زاوية ثابتة.

ب. السرعة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بتسارع زاوي ثابت.

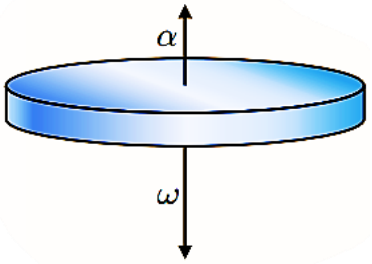
14 أستنتج: السرعة الزاوية لجسم عند لحظةٍ زمنيةٍ مُعيّنة تساوي $(-3\ rad/s)$، وتسارعه الزاوي عند اللحظة نفسها $(-2\ rad/s^2)$. أُجيب عمّا يأتي:

أ. هل يدور الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أُفسّر إجابتي.

ب. هل يتزايد مقدار سرعته الزاوية أم يتناقص؟ أفسّر إجابتي.

---

15 يبيّن الشكل المجاور متجهي السرعة الزاوية $(\omega)$ والتسارع الزاوي $(\alpha)$ لقرص يدور حول محور $(y)$ بالاعتماد على الشكل، وعند النظر إلى القرص من الأعلى، نستنتج أن الجسم:




أ- يتسارع، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب- يتباطأ، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة.

ج- يتسارع، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

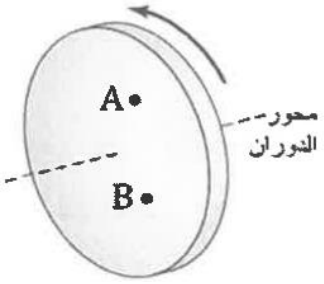
د- يتباطأ، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

---

16 يدور إطار باتجاه حركة عقارب الساعة بسرعة زاوية مقدارها $(3\ rad/s)$ اثرت عليه قوة خارجية فأصبحت سرعته الزاوية $(9\ rad/s)$ خلال مدة زمنية مقدارها نصف دقيقة أحسب مقدار التسارع الزاوي

## أسئلة سنوات سابقة:

① يبين الشكل المجاور فرصا دائريا يدور حول محور ثابت والنقطتان $(A, B)$ تقعان على القرص. تتساوى النقطتان $(A, B)$ أثناء الدوران في:




أ. السرعة الزاوية والموقع الزاوي وتختلفان في التسارع الزاوي

ب. السرعة الزاوية والتسارع الزاوي وتختلفان في الموقع الزاوي

حـ. الموقع الزاوي وتختلفان في السرعة الزاوية والتسارع الزاوي

ء. التسارع الزاوي وتختلفان في السرعة الزاوية والموقع الزاوي

الحل ب

---

② يدور إطار سيارة من السكون بتسارع زاوي ثابت مقداره $(4\ rad/s^2)$. السرعة الزاوية للإطار بوحدة $(rad/s)$ بعد $(20\ s)$ من بده دورانه تساوي:

أ. 0.2 ب. 0.8 حـ. 5 ء. 80

الحل ء

## عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية:

- كما تعلمنا سابقا أن القوة المحصلة $(\sum F)$ المؤثرة على الجسم هي من يسبب له التسارع الخطي $(a)$، وكذلك في الحركة الدورانية؛ فإن من يسبب التسارع الزاوي $(\alpha)$ للجسم هو العزم المحصل $(\sum \tau)$.
- عندما يؤثر عزم محصل على جسم ممتد مثبت عند محور الدوران، وقابل للدوران حوله، فإن العزم سيسبب دوران لهذا الجسم مما يكسبه تسارعا زاويًا $(\alpha)$.
- وكما أن القوة تتناسب طرديا مع التسارع الخطي، وذلك حسب قانون نيوتن الثاني:

$$\sum F = ma$$

- فإن العزم المحصل يتناسب طرديا مع التسارع الزاوي، وذلك حسب قانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية وهو:

$$\sum \tau = I\alpha$$

حيث $\sum \tau$: مقدار العزم المحصل المؤثر في جسم أو نظام.

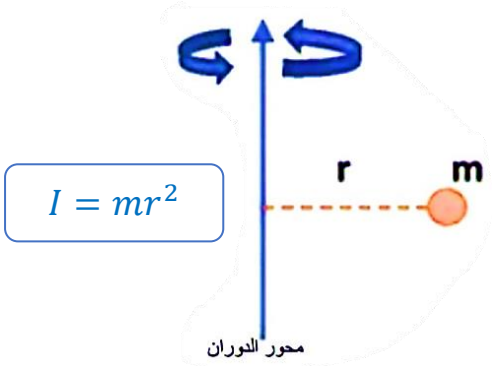
$I$: عزم القصور الذاتي. [عزم القصور الذاتي $(I)$ يشبه $m$ في قانون نيوتن الثاني]

- في قانون نيوتن الثاني، تمثل كتلة الجسم $m$: القصور الذاتي للجسم، أي ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الانتقالية.
- أما في قانون نيوتن الثاني للحركة الدورانية، فإن عزم القصور الذاتي $(I)$ يمثل: ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية.
- كلما كانت قيمة عزم القصور الذاتي $(I)$ للجسم أكبر؛ دل ذلك على أن الجسم بحاجة إلى عزم محصل أكبر وأقوى لتدوير الجسم.
- يقاس عزم القصور الذاتي بوحدة $(kg.m^2)$ ويحسب للأجسام النقطية من العلاقة التالية:

$$I = mr^2$$

حيث $m$: كتلة الجسم

$r$: بعد الكتلة $m$ عن محور الدوران.



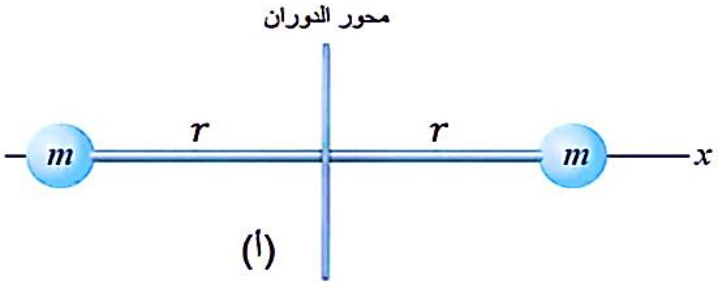
وإذا كان الجسم مكونا من أكثر من جسيم نقطي، فيصبح قانون حساب عزم القصور الذاتي كما يلي:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots$$

حيث $r_1$: بعد الجسيم الأول عن محور الدوران.

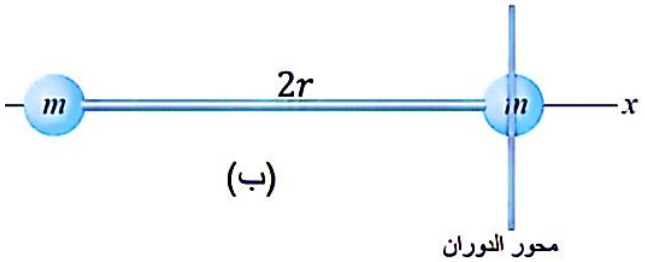
$r_1$: بعد الجسيم الثاني عن محور الدوران، وهكذا.

$$\begin{aligned} I &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \\ &= mr^2 + mr^2 \\ &= 2mr^2 \end{aligned}$$




إذا كان محور الدوران يمر في الجسيم نفسه، فإن عزم القصور الذاتي لهذا الجسيم يساوي صفرا.

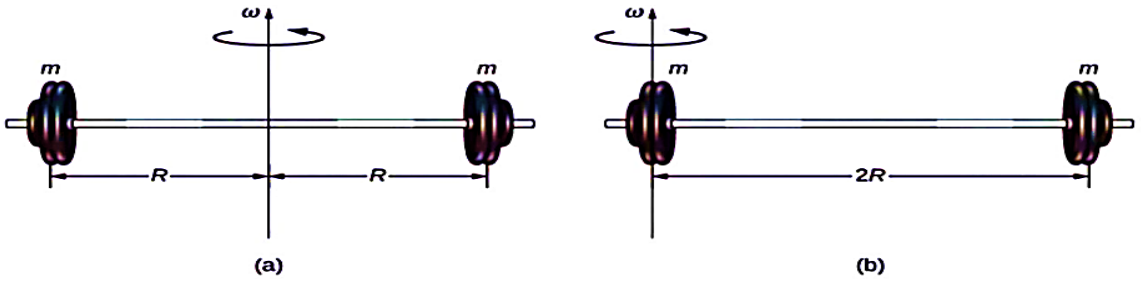
$$\begin{aligned} I &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \\ &= m0^2 + m(2r)^2 \\ &= 4mr^2 \end{aligned}$$




أي أن دوران هذا النظام حول محور يمر من طرفه يحتاج إلى عزم أكبر، ويعد أصعب من تدويره من منتصفه.

$$r_{أ} < r_{ب} \Rightarrow I_{أ} < I_{ب} \Rightarrow \omega_{أ} > \omega_{ب} \Rightarrow \alpha_{أ} > \alpha_{ب}$$

**س:** في الشكل التالي حدد أيها أسهل، تدوير الأثقال في الشكل $(a)$ أم الشكل $(b)$؟ مع التفسير

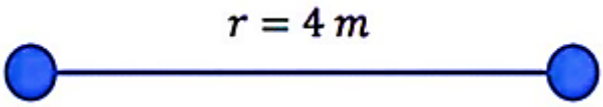



في الشكل $(a)$ تدور الأثقال حول محور يمر من مركزها، فيكون عزم القصور الذاتي لها أقل، مما يعني إمكانية تدويرها بشكل أسهل وبعزم أقل.

## الأسئلة الإضافية:

① اعتمادا على الشكل المجاور، إذا كانت الكتل متماثلة ومقدار كل منها $(m = 2\ kg)$، احسب عزم القصور الذاتي للنظام في الحالات الآتية:

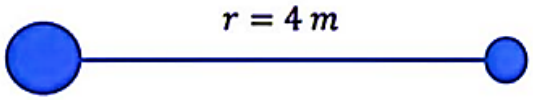
1. إذا كان محور الدوران في المنتصف بين الجسمين عمودياً على الصفحة.
2. إذا كان محور الدوران يمر عبر الجسم الأول عمودياً على الصفحة.
3. إذا كان محور الدوران يمر عبر الجسمين باتجاه محور $x$.




$16\ kg.m^2$
$32\ kg.m^2$
$0\ kg.m^2$

② اعتمادا على الشكل المجاور، إذا كانت $(m_1 = 2\ kg)$ و $(m_2 = 4\ kg)$، احسب عزم القصور الذاتي للنظام في الحالات الآتية:

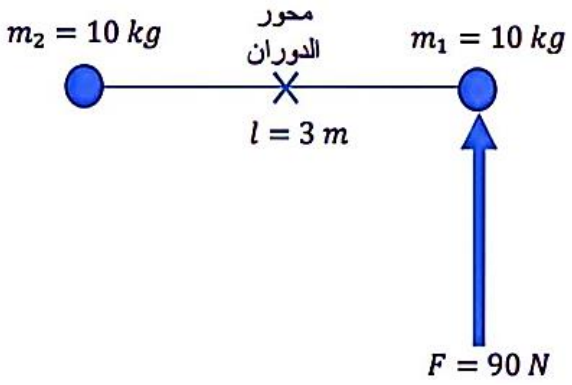
1. إذا كان محور الدوران في المنتصف بين الجسمين عمودياً على الصفحة.
2. إذا كان محور الدوران يمر عبر الجسم الأول عمودياً على الصفحة.
3. إذا كان محور الدوران يمر عبر الجسم الثاني عمودياً على الصفحة.




$24\ kg.m^2$
$64\ kg.m^2$
$32\ kg.m^2$

③ تؤثر قوة مقدارها $(90\ N)$ على نظام مكون من جسمين نقطيين كتلة كل منهما $(10\ kg)$ البعد بينهما $(3\ m)$ بحيث كانت القوة تدفع الجسم الأول كما في الشكل. إذا بدأ النظام الحركة من السكون ولمدة $(20\ s)$ فجد:

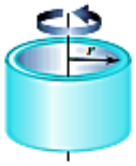
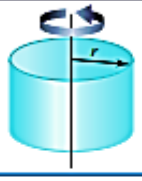
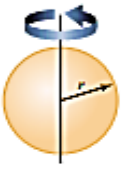
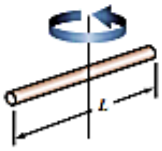
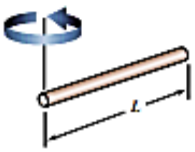
1. عزم القوة (اعتبر القوة $F$ هي القوة الوحيدة المؤثرة على النظام).
2. عزم القصور الذاتي للنظام.
3. التسارع الزاوي.
4. السرعة الزاوية النهائية.




$135\ N.m$
$45\ kg.m^2$
$3\ rad/s^2$
$60\ rad/s$

في حالة أجسام غير نقطية، فإن عزم القصور الذاتي لها يكون مختلفا، وغير مطلوب منا حسابه أو اشتقاقه أو حفظه، ولكنه يعطى في السؤال، ويبين الجدول التالي قيم عزم القصور الذاتي $(I)$ لبعض الأجسام.

الجدول 1: عزم القصور الذاتي لأجسام مختلفة كتلةُ كلٍّ منها $(m)$.*

| الجسم | موضع محور الدوران | الشكل | عزم القصور الذاتي |
|---|---|---|---|
| حلقةٌ رقيقةٌ أو أسطوانةٌ مجوّفة. | يمرّ بالمركز عموديًّا على مستواها. |  | $I = mr^2$ |
| أُسطوانةٌ مُصمَتة منتظمةٌ أو قرصٌ دائري. | يمرُّ بالمركز عموديًّا على مستواها. |  | $I = \frac{1}{2}mr^2$ |
| كرةٌ مُصمَتة منتظمة. | يمرُّ بالمركز. |  | $I = \frac{2}{5}mr^2$ |
| كرةٌ مجوّفة. | يمرُّ بالمركز. | | $I = \frac{2}{3}mr^2$ |
| قضيبٌ منتظم. | عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه. |  | $I = \frac{1}{12}mL^2$ |
| قضيبٌ منتظم. | عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه. |  | $I = \frac{1}{3}mL^2$ |

* الجدول ليس للحفظ.

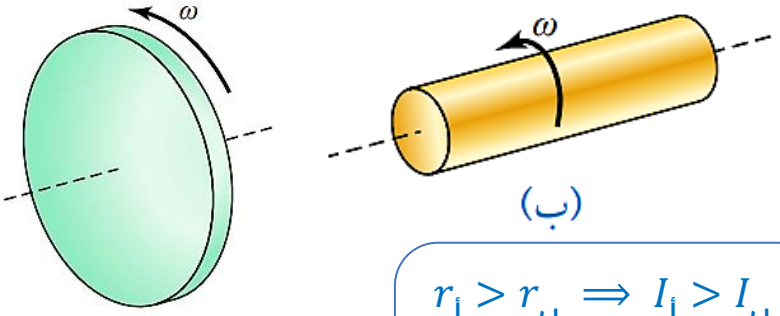
- تذكر أن عزم القصور الذاتي $(I)$ كمية قياسية وليست متجهة.
- تذكر أن عزم القصور الذاتي $(I)$ دائما موجب، ولا يكون سالبا أبدًا.

**دائما:** مصمت $I$ > مجوف $I$ ؛ محور عند المنتصف $I$ > محور عند الطرف $I$

❖ يعتمد عزم القصور الذاتي $(I)$ لجسم غير نقطي على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه.

❖ توضيح:

عزم القصور الذاتي للأسطوانة الموضحة في الشكل $(20/\text{أ})$ أكبر منه للأسطوانة الموضحة في الشكل $(20/\text{ب})$ على الرغم من أن لهما الكتلة نفسها، وذلك لأن قطر الأسطوانة (أ) أكبر من قطر الأسطوانة (ب). فتحريك الأسطوانة ذات القطر الأكبر حركة دورانية، أو إيقافها، أو تغيير حالتها الحركية الدورانية يكون أصعب منه للأسطوانة الأخرى.




الشكل (20): عزم القصور الذاتي للأسطوانة (أ) أكبر منه للأسطوانة (ب) على الرغم من أنّ الكتلة نفسها.

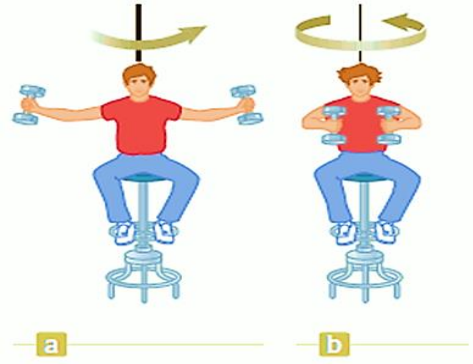
$$r_{\text{أ}} > r_{\text{ب}} \Rightarrow I_{\text{أ}} > I_{\text{ب}}$$
$$\omega_{\text{أ}} < \omega_{\text{ب}}$$
$$\alpha_{\text{أ}} < \alpha_{\text{ب}}$$

كلما توزعت كتلة الجسم بعيداً عن محور الدوران؛ فإن عزم القصور الذاتي له يكون أكبر، ويصبح بحاجة إلى عزم أكبر لتدويره أو إيقاف تدويره إذا كان أصلا يدور.

توضيح:

عزم القصور الذاتي لحلقة رقيقة نصف قطرها $(r)$ وكتلتها $(m)$ يساوي $(mr^2)$. أما عزم القصور الذاتي لأسطوانة مصمتة كتلتها $(m)$ موزعةٌ بانتظام على حجم الأسطوانة، ونصف قطرها $(r)$؛ فيساوي $\left(\frac{1}{2}\ mr^2\right)$.

- **ومن أمثلة ذلك**، دوران شخص على الكرسي الدوار وهو يمسك أثقالا، مرة وهو ضام يديه إلى جسمه، ومرة وهو ماد ذراعيه على استقامتهما، كما في الشكل التالي:



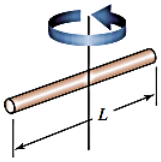
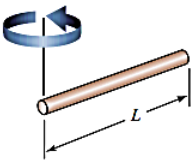

في الشكل $(b)$ تكون الكتل أقرب لمحور الدوران، فيكون عزم القصور الذاتي أقل، مما يجعل دوران الشخص أسهل ويتطلب عزماً أقل من دورانه وهو ماد ذراعيه كما في الشكل $(a)$ مما يزيد من عزم القصور الذاتي، ويصعب عملية الدوران.

**س: في أي الحالتين يكون دوران المتزلج على الجليد أسهل وبالتالي أسرع زاويا؟ عندما يضم يديه أم عندما يمدهما بعيدا عن جسمه؟**

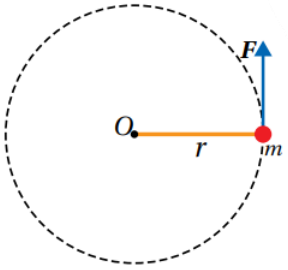
- عند ضمهما، تكون الكتل أقرب لمحور الدوران، فيكون عزم القصور الذاتي أقل، مما يجعل دوران الشخص أسهل ويتطلب عزماً أقل من دورانه وهو ماد ذراعيه مما يزيد من عزم القصور الذاتي، ويصعب عملية الدوران.

**ملاحظات مهمة جدًا**

- يعتمد عزم القصور الذاتي كذلك على موقع محور الدوران، فإذا تغير موقع محور الدوران الذي يدور حوله الجسم، فسوف يتغير مقدار عزم القصور الذاتي له.
- توضيح (استعن بالجدول)
  - فعزم القصور الذاتي لقضيب كتلته $(m)$، وطوله $(L)$، يدور حول محور عمودي على القضيب ماراً بمنتصفه يساوي $\left(\frac{1}{12}\ mL^2\right)$، أما عندما يكون محور الدوران عمودياً على القضيب ويمر بطرفه؛ فإن عزم القصور الذاتي له يساوي $\left(\frac{1}{3}\ mL^2\right)$، وهذا يعني أنني أحتاج إلى عزم أقل لتدوير القضيب حول محور عمودي عليه، ويمر في منتصفه مقارنةً مع الحالة عندما يكون محور الدوران عمودياً عليه ويمر في أحد طرفيه.

| | | | |
|---|---|---|---|
| قضيبٌ منتظم. | عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه. |  | $I = \frac{1}{12}\ mL^2$ |
| قضيبٌ منتظم. | عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه. |  | $I = \frac{1}{3}\ mL^2$ |

**المثال 8**




الشكل (25): كرة في نهاية قضيب فلزي طوله $r$ تتحرّك حركة دورانيّة حول محور ثابت.

كرة كتلتها $(3.0\ kg)$ مثبتة في نهاية قضيب فلزي خفيف طوله $(0.80\ m)$، وتتحرك حركة دورانية في مستوى أفقي بتأثير قوة مماسيه $(F)$ ثابتة في المقدار حول محور ثابت $(O)$ عمودي على مستوى الصفحة يمر في النهاية الأخرى للقضيب، كما هو موضح في الشكل (25). إذا بدأت الكرة حركتها من السكون بتسارع زاوي ثابت، بحيث أصبح مقدار سرعتها الزاوية $(8\pi\ rad/s)$ خلال $(5.0\ s)$ فأحسب مقدار ما يأتي بإهمال كتلة القضيب الفازي:

$8\pi = 25$

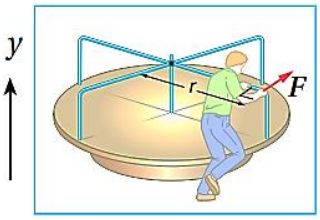
أ- التسارع الزاوي للكرة.

ب- العزم المحصل المؤثر في الكرة.

حـ- القوة المماسيه $(F)$ المؤثرة في الكرة.

$5\ rad/s^2$
$9.6\ N.m$
$12\ N$

تمرين



الشكل (22) : لعبة القرص الدوّار.

لعبة القرص الدوار الموضحة في الشكل؛ تتكوّن من قرص مصمت قابل للدوران حول محور ثابت يمر في مركزه باتجاه محور $y$. أثر شخص بقوة مماسيه $(F)$ ثابتة في المقدار عند حافة القرص مقدارها $(250\ N)$. إذا علمتْ أن كتلة القرص الدوّار $(50.0\ kg)$ ونصف قطره $(2.0\ m)$ وبإهمال قوى الاحتكاك وافتراض قرص اللعبة منتظم الكتلة، وبدأت اللعبة الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فأحسبُ مقدار ما يأتي:

أ- العزم المحصل المؤثر في اللعبة.

ب- التسارع الزاوي للعبة.

حـ- السرعة الزاوية للعبة بعد $(2.0\ s)$ من بدء دورانها.

ء- التسارع الزاوي للعبة عندما يجلس طفل كتلته $(20.0\ kg)$ على بعد $(1.5\ m)$ من محور الدوران، بافتراض الطفل جسيم نقطي.

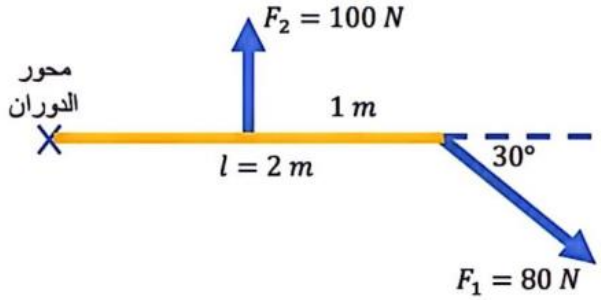
④ قرص دوار (يعامل معاملة أسطوانة مصمتة) كتلته $(100\ kg)$ ونصف قطره $(6\ m)$ يدور حول محور دوران عمودي على مستواه، يقف عليه طفلان (يعاملوا معاملة أجسام نقطية) كتلة الأول $(30\ kg)$ وكتلة الثاني $(40\ kg)$ بعد الأول عن محور الدوران $(3\ m)$ وبعد الثاني $(2\ m)$ عن محور الدوران، احسب عزم القصور الذاتي في الحالات الآتية:

1. للقرص الدوار لوحده.
2. للنظام كاملا (القرص الدوار والأطفال).

$1800\ kg.m^2$
$2230\ kg.m^2$

⑤ تؤثر قوتان على قضيب منتظم كتلته $(6\ kg)$ وطوله $(2\ m)$ ومحور الدوران يمر من طرفه الأيسر كما في الشكل. إذا بدأ القضيب الحركة من السكون لمدة $(8\ s)$، جد:

1. عزم القوة.
2. عزم القصور الذاتي للنظام.
3. التسارع الزاوي وحدد نوعه.
4. السرعة الزاوية النهائية وحدد اتجاهها.




لا تنسى تعيين قوة وزن القضيب نفسه $(F_g)$ عند منتصفه.

$-40\ N.m$

$8\ kg.m^2$

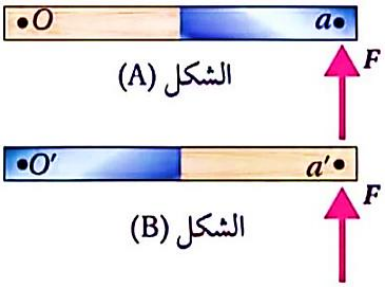
$-5\ rad/s^2$

تسارع (مع عقارب الساعة)

$-40\ rad/s$

مع عقارب الساعة

⑥ يوضح الشكل المجاور مسطرة مترية نصفها خشب ونصفها الآخر فولاذ. بداية، المسطرة قابلة للدوران حول محور عمودي عليها عند نهايتها الخشبية (النقطة $O$)، أنظر الشكل $(A)$، وأثرتْ فيها بقوة $(F)$ عند نهايتها الفولاذية (النقطة $a$). بعد ذلك، جعلت المسطرة قابلة للدوران حول محور عمودي عليها عند نهايتها الفولاذية (النقطة $O`$)، انظر الشكل $(B)$، وأثرتْ فيها بالقوة $(F)$ نفسها عند نهايتها الخشبية (النقطة $a`$).




1. أي العلاقات الآتية صحيحة لعزمي القصور الذاتي للمسطرتين حول محوري دورانهما؟

أ- $I_A > I_B$ ب- $I_A < I_B$ حـ- $I_A = I_B$ ء- $I_A = I_B = 0$

2. أي العلاقات الآتية صحيحة حول مقداري التسارع الزاوي للمسطرتين حول محوري دورانهما؟

أ- $\alpha_A > \alpha_B$ ب- $\alpha_A < \alpha_B$ حـ- $\alpha_A = \alpha_B$ ء- $\alpha_A = -\alpha_B$

| |
|---|
| أ |
| ب |

## الأسئلة:

1. **الفكرة الرئيسة:** وما عزم القصور الذاتي؟

- عزم القصور الذاتي مقياس لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية، رمزه $(I)$

---

2. علام يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم نقطي؟

- يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه، وعلى موقع محور الدوران.

---

3. وحدة قياس عزم القصور الذاتي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ- $N.m/s$ ب- $kg.m^2$ حـ- $kg.m^2/s$ ء- $kg.m/s$

| ب |
|---|

---

4. أقارن بين كتلة جسم وعزم القصور الذاتي له.

- **الكتلة:** تقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الانتقالية، وهي ثابتة لا تتغير.
- **عزم القصور الذاتي:** يقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية وهو يتغير بتغير محور الدوران.

---

5. أُفسر ما يأتي:

يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على موقع محور دورانه.

- كلما كانت كتلة الجسم (أو الجزء الأكبر من كتلته) أقرب إلى محور دورانه كان عزم قصوره الذاتي أقل.

## أسئلة سنوات سابقة:

✸ بدأ جسم الدوران من السكون بتسارع زاوي مقداره $(4\ rad/s^2)$ حول محور ثابت. إذا علمت أن عزم القصور الذاتي للجسم يساوي $(0.8\ kg.m^2)$، فأجب عن الفقرتين (1، 2) الآتيتين:

1. مقدار السرعة الزاوية للجسم بعد ثانيتين من بدء الدوران بوحدة $(rad/s)$ يساوي:

أ- 2 ب- 4 حـ- 5 ء- 8

الحل ء

2. مقدار العزم المحصل المؤثر في الجسم بوحدة $(N.m)$ يساوي:

أ- 1.6 ب- 3.2 حـ- 5 ء- 10

الحل ب

## مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟

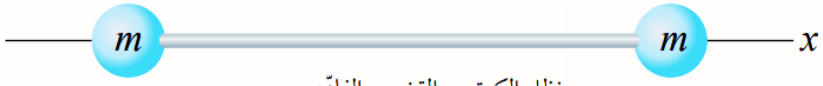
2. **أستنتج:** السرعة الزاوية لجسم عند لحظة زمنية معينة تساوي $(-3\ rad/s)$، وتسارعه الزاوي عند اللحظة نفسها $(-2\ rad/s^2)$. أجيب عما يأتي:
   أ- هل يدور الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أفسر إجابتي.
   ب- هل يتزايد مقدار سرعته الزاوية أم يتناقص؟ أفسر إجابتي.

3. **أستنتج:** يدور إطار دراجة بسرعة زاوية ثابتة حول محور ثابت. كيف تتغير السرعة الزاوية لأجزاء الإطار بالانتقال من داخله إلى حافته الخارجية؟ أوضح إجابتي.

4. علام يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم؟

5. **أستخدم الارقام:** إطار دراجة نصف قطره $(0.5\ m)$ وعزم القصور الذاتي له $(2.0\ kg.m^2)$، ويدور بسرعة زاوية ابتدائية $(10\ rad/s)$ باتجاه حركة عقارب الساعة. أثرت في الأطار قوة احتكاك مماسية مقدارها $(8\ N)$ فتوقف عن الحركة. أحسب المدة الزمنية من لحظة تأثير القوة إلى أن توقف الإطار عن الحركة.

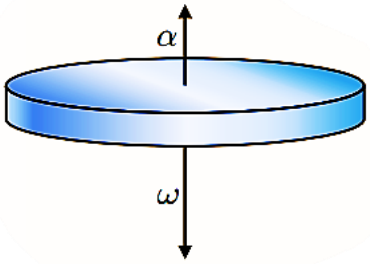
6. **أقارن:** يبين الشكل قضيبًا فلزيًا طوله $(L)$ مهمل الكتلة مثبت في طرفيه كرتين متماثلتين مهملتي الأبعاد. دور النظام حول محور عمودي على مستوى الصفحة يمر في (أ): منتصف القضيب الفلزي، (ب): إحدى الكرتين.
   في أي من الحالتين (أ) و (ب) يلزم عزم محصل أكبر لبدء تدوير النظام؟ أفسر إجابتي حسابيًا.



نظام الكرتين والقضيب الفلزّي.

7. **أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة مما يأتي:**
   ① جسمان متماثلان $A$ و $B$ على سطح الأرض؛ الجسم $A$ عند خط الاستواء، والجسم $B$ عند قطبها الشمالي. أي مما يأتي يُعبر بشكل صحيح عن العلاقة بين سرعتي الجسمين الزاوية؟
   أ- $\omega_A < \omega_B$ ب- $\omega_A > \omega_B$ حـ- $\omega_A = \omega_B \neq 0$ ء- $\omega_A = \omega_B = 0$

② يبيّن الشكل المجاور متجهي السرعة الزاوية $(\omega)$ والتسارع الزاوي $(\alpha)$ لقرص يدور حول محور $(y)$ بالاعتماد على الشكل، وعند النظر إلى القرص من الأعلى، نستنتج أن الجسم:



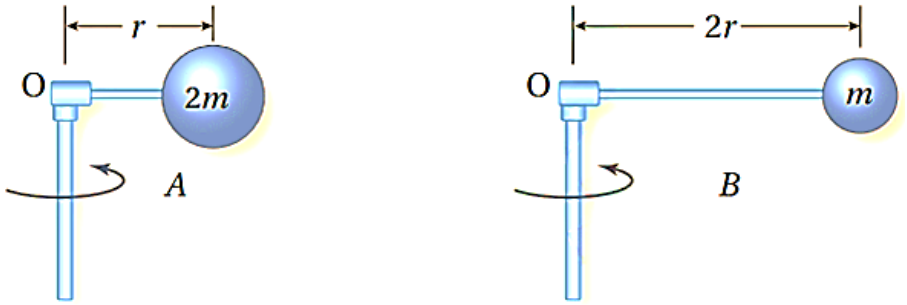

أ- يتسارع، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب- يتباطأ، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة.

حـ- يتسارع، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

ء- يتباطأ، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

③ يبين الشكل كرتين فلزيتين مهملتي الأبعاد، كتلتيهما $(m_A = 2m)$ و $(m_B = m)$. تتصل كل منهما بقضيب فلزي كتلته مهملة، وتدوران حول محور يمر بالنقطة $(O)$ كما يبين الشكل. العلاقة بين عزمي القصور الذاتي للنظامين:




أ- $I_A = 2\,I_B$ ب- $I_A = \frac{1}{2}\,I_B$ حـ- $I_A = \frac{1}{4}\,I_B$ ء- $I_A = I_B$

④ قرص صلب متجانس نصف قطره $(1\ m)$ وكتلته $(75\ kg)$ قابل للدوران حول محور يمر في مركزه، أثرت فيه قوة مماسية ثابتة؛ فحركته من السكون بتسارع زاوي ثابت، بحيث أصبحت سرعته الزاوية $(2\pi\ rad/s)$ بعد مرور $(2.5\ s)$ فإن مقدار عزم القوة بوحدة $(N.m)$ يساوي:

أ- 56.4 ب- 78.2 حـ- 128.8 ء- 94.2

⑤ كرة مصمتة كتلتها $(5.0\ kg)$، ونصف قطرها $(10\ cm)$، تتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يمر في مركزها. فتتغير سرعتها الزاوية من $(20\ rad/s)$ إلى $(40\ rad/s)$ خلال $(5\ s)$؛ إذًا فإن مقدار العزم المحصل المؤثر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنية:

أ- $8 \times 10^{-2}\ N.m$ ب- $8 \times 10^{+2}\ N.m$

حـ- $4 \times 10^{-2}\ N.m$ ء- $4 \times 10^{+2}\ N.m$

# الدرس الثالث: الزخم الزاوي (Angular Momentum)

في هذا الدرس سوف ندرس

- الطاقة الحركية الدورانية
- الزخم الزاوي
- حفظ الزخم الزاوي

**عليك ان تعلم**

يا صديقي الكميات الفيزيائية لوصف حركة الجسم الخطية تقابلها كميات فيزيائية لوصف حركة الجسم الدورانية او الزاوية.

**لاحظ معي**

| الحركة الخطية | |
|---|---|
| الكمية الفيزيائية | رمزها |
| الكتلة | $m$ |
| القوة المحصلة | $\sum F$ |
| الإزاحة | $\Delta y$ أو $\Delta x$ |
| الموقع | $y$ أو $x$ |
| السرعة المتوسطة | $\bar{V}$ |
| التسارع المتوسط | $a$ |
| الطاقة الحركية | $K.E$ |
| الزخم الخطي | $P$ |

| الحركة الدورانية او الزاوية | |
|---|---|
| الكمية الفيزيائية | رمزها |
| عزم القصور الذاتي | $I$ |
| العزم المحصل | $\sum \tau$ |
| الإزاحة الزاوية | $\Delta\theta$ |
| الموقع الزاوي | $\theta$ |
| السرعة الزاوية المتوسطة | $\bar{\omega}$ |
| التسارع الزاوي المتوسط | $\bar{\alpha}$ |
| الطاقة الحركية الدورانية | $K.E_R$ |
| الزخم الزاوي | $L$ |

**الفكرة الرئيسة**

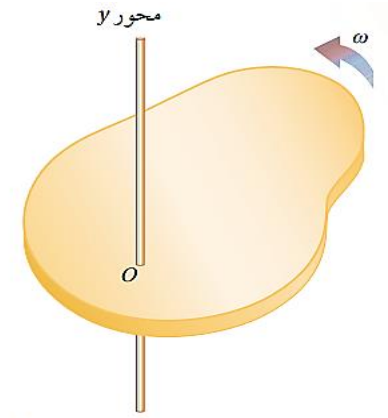
الزخم الخطي نظيرٌ في الحركة الدورانية يسمى الزخم الزاوي، ويكون الزخم الزاوي محفوظاً في الأنظمة المعزولة؛ حيث العزم المحصل المؤثر في الجسم يساوي صفراً

## أولاً : الطاقة الحركية الدورانية

- رمزها $(K.E_R)$
- تقاس بوحدة $(J)$
- كمية قياسية
- هي الطاقة التي يمتلكها الجسم المتحرك حركة دورانية
- القانون:

$$K.E_R = \frac{1}{2} I\omega^2$$

- تعتمد على
  - عزم القصور الذاتي للجسم $(I)$
  - مربع السرعة الزاوية للجسم $(\omega)$



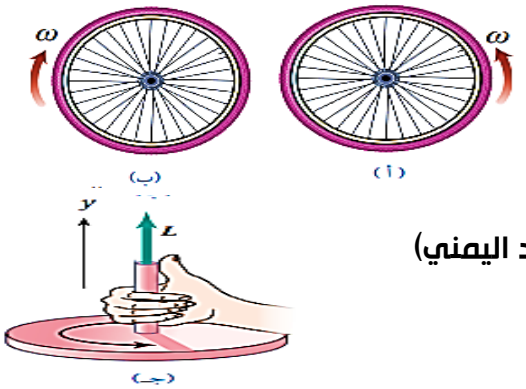

الشكل (23): جسمٌ يتحرّك حركةً دورانيّةً حول محور $y$ ؛ بسرعةٍ زاويّةٍ ثابتة $(\omega)$.

## ثانياً : الزخم الزاوي

- رمزها $(L)$
- يقاس بوحدة $(kg.m^2/s)$ أو $(N.m.s)$
- كمية متجهة (يحدد اتجاهه من خلال قبضة اليد اليمنى)
- هو ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاوية ومن هنا
- القانون:

$$\vec{L} = I\ \vec{\omega}$$

- تعتمد على
  - عزم القصور الذاتي للجسم الذي يدور $(I)$
  - السرعة الزاوية للجسم $(\omega)$
- يمكن ان يكون $(L)$
  - موجب $(+)$ إذا كان الجسم يدور بعكس عقارب الساعة
  - سالب $(-)$ إذا كان الجسم يدور مع عقارب الساعة




الشكل (24):
(أ) الزخم الزاويّ موجبٌ.
(ب) الزخم الزاويّ سالبٌ.
(جـ) استخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى لتحديد اتّجاه الزخم الزاويّ.

## سؤال ؟

1. ماذا يعني ان الزخم الزاوي $(L)$ موجب او سالب؟
2. كيف يتم استخدام قبضة اليد اليمنى في تحديد اتجاه الزخم الزاوي $(\vec{L})$؟
3. ما الزخم الزاوي؟ وعلام يعتمد؟ وما وحدة قياسه؟

## العلاقة بين الزخم الزاوي والعزم:

⇐ كما أن هناك علاقة بين الزخم الخطي $(p)$ والقوة المحصلة $(\sum F)$ في الحركة الخطية، حيث:

$$\sum F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{dp}{dt}$$

حيث تسمى: قانون نيوتن الثاني ونصه: "القوة المحصلة المؤثرة في جسم تساوي المعدل الزمني للتغير في الزخم الخطي له".

⇐ فكذلك هناك علاقة بين الزخم الزاوي $(L)$ والعزم المحصل $(\sum \tau)$ وهي كما يلي:

العلاقة بين العزم المحصل والتغير في الزخم الزاوي

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{dL}{dt}$$

ويمكن التعبير عنها كما يلي: "العزم المحصل المؤثر في جسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في الزخم الزاوي له حول نفس المحور"

حيث $\Delta L$: التغير في الزخم الزاوي.

$\Delta t$: زمن تغير الزخم الزاوي.

⇐ أي أن القوة $(F)$ تسبب تغير الزخم الخطى الجسم $(\Delta p)$، العزم $(\tau)$ يسبب تغير الزخم الزاوي للجسم $(\Delta L)$.

✓ **أتحقق:** أوضح العلاقة بين العزم المحصل المؤثر في جسم والمعدل الزمني لتغير زخمه الزاوي، أفسر إجابتي.

العزم المحصل المؤثر في جسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي حول المحور نفسه.

**تنبيه**

يمكن كتابة $L$ و $\Delta L$ كما تعلمنا في الوحدة الأولى:

$$\Delta L = L_f - L_i = I(\omega_f - \omega_i) = I\Delta\omega = \tau \times \Delta t$$

مع مراعاة الإشارات.

## الأسئلة:

① **الفكرة الرئيسة:** ما الزخم الزاوي؟ علام تعتمد الطاقة الحركية الدورانية لجسم يدور حول محور ثابت؟

**الزخم الزاوي** يُعرف بأنه يساوي ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاوية، وهو كمية متجهة رمزه $(L)$ وتعتمد **الطاقة الحركية الدورانية** لجسم يدور حول محور ثابت على عزم قصوره الذاتي وسرعته الزاوية.

---

② وحدة قياس الزخم الزاوي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ- $N.m/s$ ب- $kg.m/s$ حـ- $N/s$ ء- $kg.m^2/s$

د

---

③ كرة مصمتة وكرة مجوفة، لهما الكتلة نفسها ونصف القطر نفسه، تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه. أي الكرتين مقدار زخمها الزاوي أكبر؟

أ- الكرة المصمتة ب- الكرة المجوفة

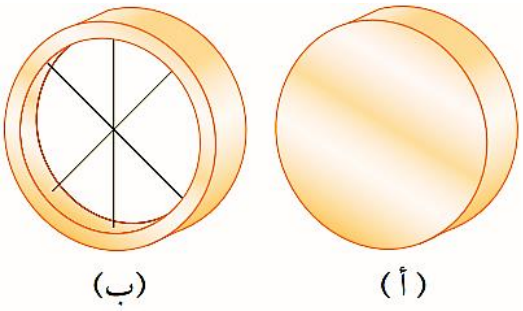
حـ- لهما مقدار الزخم الزاوي نفسه ء- لا يمكن معرفة ذلك

ب

---

④ **أفسرُ:** أنبوب مجوفٌ وأسطوانة مصمتة، متماثلان في الكتلة والأبعاد، ويدور كل منهما حول محور تماثله بالسرعة الزاوية نفسها. هل لهما الطاقة الحركية الدورانية نفسها أم لا؟ أوضح إجابتي

الأنبوب المجوف يمتلك عزم قصور ذاتي أكبر، لأن كتلته موزعة على سطح الأنبوب بعيدا عن محور الدوران مقارنة بالأنبوب المسمط وبالرجوع إلى العلاقة: $\left(K.E_R = \frac{1}{2} I\omega^2\right)$ فإن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديا مع عزم القصور الذاتي، بثبوت السرعة الزاوية فيكون للاسطوانة المجوفة طاقة حركية دورانية أكبر




⑤ **أحلل واستنتج:** يبين الشكل المجاور أسطوانتين إحداهما مصمتة والأخرى مجوفة، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاوية، وتدوران حول محور ثابت يمر في المركز الهندسي لكل منهما، بالاستعانة بالشكل المجاورة أجيب عن السؤالين الآتيين:

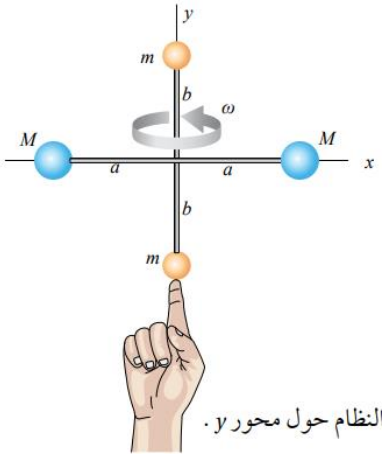
أ- **أقارن** بين مقداري الزخم الزاوي للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أفسر إجابتي.

مقدار الزخم الزاوي للأسطوانة المجوفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة؛ لأن الزخم الزاوي يعتمد على عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

ب- **أقارن** بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أفسر إجابتي

مقدار الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانة المجوفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة؛ لأن الطاقة الحركية الدورانية تعتمد على عزم القصور الذاتي ومربع مقدار السرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

⑥ **أحلل واستنتج:** نظام يتكون من أربع كرات صغيرة مثبتة في نهايات قضيبين مهملي الكتلة. ويدور النظام حول محور $y$ كما هو موضح في الشكل المجاور بسرعة زاوية مقدارها $(2\ rad/s)$. إذا علمت أن $(a = b = 20\ cm)$، و $(m = 50\ g)$، و $(M = 100\ g)$، وأنصاف أقطار الكرات مهملة مقارنة بطولي القضيبين؛ بحيث يمكن عدها جسيمات نقطية، أحسب مقدار ما يأتي:



يدور النظام حول محور $y$.

أ- عزم القصور الذاتي للنظام.

ب- الطاقة الحركية الدورانية للنظام.

جـ- الزخم الزاوي للنظام

أي كتلة تقع على محور الدوران ليس لها عزم قصور ذاتي $(I = 0)$.

$H.W$: أعد حل السؤال كاملا معتبرًا محور الدوران حول محور $x$ مرة، وحول محور $z$ مرة أخرى.

| |
|---|
| $8 \times 10^{-3}\ kg.m^2$<br>$1.6 \times 10^{-2}\ J$<br>$1.6 \times 10^{-2}\ N.m.s$ |
| $4 \times 10^{-3}\ kg.m^2$<br>$8 \times 10^{-3}\ J$<br>$8 \times 10^{-3}\ N.m.s$ |
| $12 \times 10^{-3}\ kg.m^2$<br>$24 \times 10^{-3}\ J$<br>$24 \times 10^{-3}\ N.m.s$ |

**المثال 9**

**قرص مصمت منتظم متماثل كتلته $(2.0\ kg)$، ونصف قطره $(0.50\ m)$، يتحرّك حركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(8.0\ rad/s)$ حول محور ثابت عمودي على مركزه. بالاستعانة بالجدول (1)؛ أحسب الطاقة الحركية الدورانية للقرص.**

---

أفكر:

**في المثال 9؛ إذا تغيّر موقع محور الدوران مع بقاء مقدار السرعة الزاوية ثابتًا، فهل يتغير مقدار الطاقة الحركية الدورانية؟ أوضح إجابتي.**

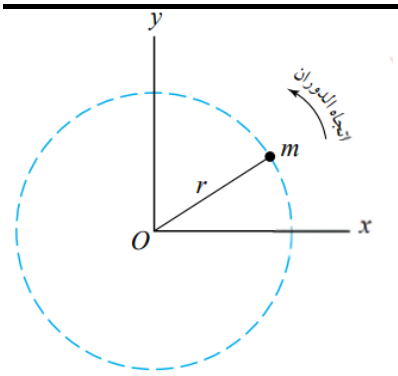
تمرين

**أستخدم الأرقام** يتحرّك جزيء أكسجين $(O_2)$ حركة دورانية حول محور ثابت عمودي على منتصف المسافة بين ذرتي الأكسجين المكوّنتين له، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(4.6 \times 10^{12}\ rad/s)$. إذا علمتُ أنّ عزم القصور الذاتي لجزيء الأكسجين حول محور دورانه يساوي $(1.95 \times 10^{-46}\ kg.m^2)$ عند درجة حرارة الغرفة؛ فأحسبُ مقدار الطاقة الحركية الدورانية للجزيء.

---

**المثال 10**

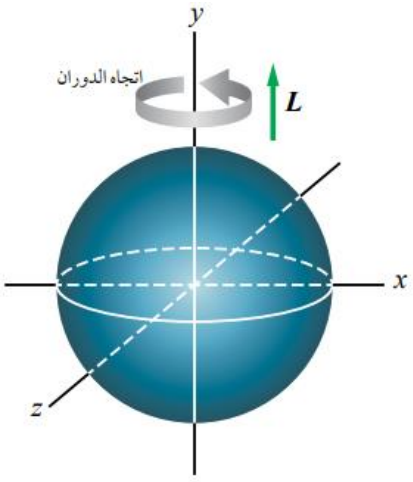
يتحرك جسيم كتلته $(50.0\ g)$ حول محور ثابت (محور $z$) عند النقطة $(O)$، في مسار دائري نصف قطره $(20.0\ cm)$ بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(5.0\ rad/s)$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة، كما هو موضح في الشكل (29)، أحسبُ مقدار الزخم الزاوي للجسيم حول هذا المحور، وأحدد اتجاهه.




الشكل (29): جسيم يتحرّك في مسارٍ دائريٍّ نصفُ قطره $(r)$ حول محور z.

**المثال 11**

كرة مصمتة منتظمة متماثلة كتلتها $(5.0\ kg)$ ونصف قطرها $(10.0\ cm)$، تتحرك حركة دورانية حول محور ثابت (محور $y$) يمر في مركزها، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(20\ rad/s)$ بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة عند النظر إليها من أعلى، كما هو موضح في الشكل (30). أحسب مقدار الزخم الزاوي للكرة حول هذا المحور، وأحدد اتجاهه.



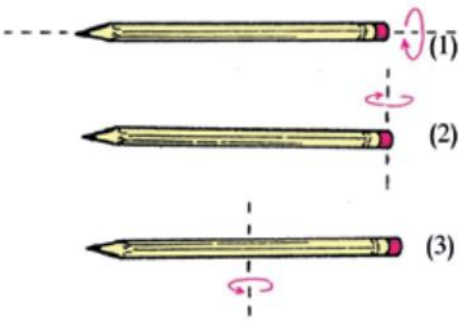

الشكل (30): كرةٌ مُصمتةٌ متماثلةٌ منتظمةٌ تدور حول محورٍ ثابتٍ يمرُّ في مركزها.

---

**تمرين**

أستخدم الأرقام في المثال السابق، إذا تغيّر مقدار السرعة الزاوية للكرة حول محور الدوران نفسه بتسارع زاوي ثابت، بحيث أصبح $(40\ rad/s)$ خلال $(5\ s)$، فأحسب مقدار العزم المحصل المؤثر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنية.

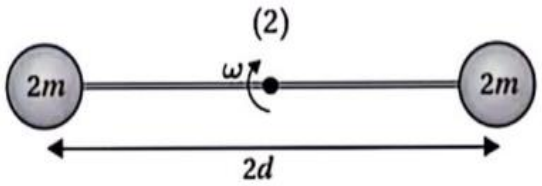
⑦ **أحلل واستنتج:** يبين الشكل ثلاث حالات لقلم يدور حول المحاور الموضحة في الشكل. أرتب الحالات الثلاث من حيث مقدار العزم اللازم لتدوير القلم من الأسهل إلى الأصعب.

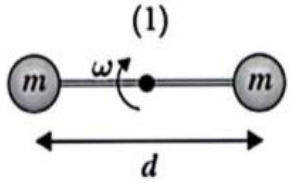



- في الشكل (2)؛ بسبب بعد الكتلة عن محور الدوران، يكون عزم القصور الذاتي أكبر ما يمكن، وبالتالي يتطلب تدوير الجسم حول هذا المحور أكبر عزم ممكن.
- أما في الشكل (1)؛ فبعد أطراف القلم الجانبية عن محور الدوران أقل ما يمكن، فيكون للجسم هنا أقل عزم قصور ذاتي، وبالتالي يلزم عزم صغير لتدوير الجسم حول هذا المحور.
- أما الشكل (3)؛ فيكون بعد أطراف القلم عن محور الدوران متوسط فيكون عزم القصور الذاتي له وسطا بين الحالتين الأخريين، ولذا فإن العزم اللازم لتدوير القلم يكون وسطا بين أول حالتين.

---

⑧ نظامان يتكون كل منهما من قضيبين خفيفين؛ الأول طوله $(d)$ والثاني طوله $(2d)$ وكتلتاهما مهملتان، ثبتت في طرفيهما كرتان صغيرتان أبعادهما مهملة وكتلهما كما هو مبين في الشكل، ودور النظامان بالسرعة الزاوية نفسها $(\omega)$ حول محور عمودي على مستوى الصفحة ويمر في منتصف القضيب. إذا كان الزخم الزاوي للنظام الأول $(L_1)$؛ فإن الزخم الزاوي للنظام الثاني يساوي:




أ- $2\,L_1$ ب- $4\,L_1$ حـ- $16\,L_1$ ء- $8\,L_1$

د

## الربط بين الزخم الزاوي والطاقة الحركية الدورانية

### الزخم الزاوي $(L)$

$L$

- $L = I\omega$ ← بوجه عام
- $L = \sqrt{2\,I\,K.E_R}$ ← إذا معك $I$ و $K.E_R$
- $L = \dfrac{2\,K.E_R}{\omega}$ ← إذا معك $\omega$ و $K.E_R$

### الطاقة الحركية الدورانية $(K.E_R)$

$K.E_R$

- $K.E_R = \dfrac{1}{2}\,I\omega^2$ ← بوجه عام
- $K.E_R = \dfrac{L^2}{2\,I}$ ← إذا معك $I$ و $L$
- $K.E_R = \dfrac{1}{2}\,L\,\omega$ ← إذا معك $\omega$ و $L$

---

**سؤال ؟**

① أثبت ان $K.E_R = \dfrac{L^2}{2\,I}$

② أثبت ان $L = \sqrt{2\,I\,K.E_R}$

③ أثبت ان $K.E_R = \dfrac{1}{2}\,L\,\omega$

④ أثبت ان $L = \dfrac{2\,K.E_R}{\omega}$

سؤال

وضح ماذا سيحدث لكل من الزخم الزاوي $(L)$ والطاقة الحركية الدورانية في كل من الحالات التالية:

1. عند مضاعفة عزم القصور الذاتي مرتين، مع بقاء السرعة الزاوية ثابتة

2. عند مضاعفة السرعة الزاوية مرتين، وبقاء عزم القصور الذاتي ثابت

3. قل عزم القصور الذاتي إلى الثلث، ومضاعفة السرعة الزاوية ثلاث مرات

4. مضاعفة السرعة الزاوية مع بقاء الزخم الزاوي ثابت

5 قل عزم القصور الذاتي إلى الربع، ومضاعفة الزخم الزاوي

6 تضاعفت كل من السرعة الزاوية والطاقة الحركية مرتان

7 قل الزخم الزاوي إلى النصف وقلت السرعة الزاوية إلى الربع

8 تضاعفت السرعة الزاوية مرتين وقلت الطاقة الحركية الدورانية إلى الثمن

## أسئلة سنوات سابقة:

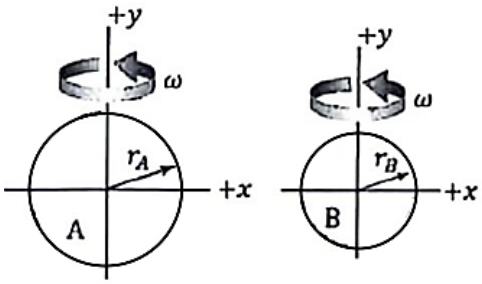
① قرص مصمت منتظم متماثل يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(6\ rad/s)$ حول محور ثابت عمودي على سطح القرص ويمر في مركزه. إذا علمت أن عزم القصور الذاتي للقرص يساوي $(2\ kg.m^2)$، فإن الطاقة الحركية الدورانية للقرص بوحدة جول $(J)$ تساوي:

أ- 6 ب- 12 حـ- 18 ء- 36

الحل ء

---

② في الشكل المجاور كرتان $(A, B)$ كل منهما مصمتة منتظمة متماثلة، متساويتان في الكتلة، ونصفي قطريهما $(r_A = 2r_B)$، كل من الكرتين تتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يمر في مركزها بسرعة زاوية $(\omega)$. إذا علمت أن عزم القصور الذاتي للكرة المصمتة $\left(I = \frac{2}{5}\ mr^2\right)$، فأجب عن الفقرتين (1 , 2) الآتيتين:




1. نسبة الزخم الزاوي للكرة $(A)$ إلى الزخم الزاوي للكرة $(B)$؛ $\left(\frac{L_A}{L_B}\right)$ تساوي:

أ- $\left(\frac{1}{2}\right)$ ب- $\left(\frac{2}{1}\right)$ حـ- $\left(\frac{1}{4}\right)$ ء- $\left(\frac{4}{1}\right)$

الحل ء

2. إذا علمت أن $(r_A = 20cm\ , m_A = 0.5\ kg\ , \omega = 4\ rad/s)$، فإن الطاقة الحركية الدورانية للكرة $(A)$ بوحدة جول $(J)$ تساوي:

أ- 0.08 ب- 0.16 حـ- 0.320 ء- 0.064

الحل ء

## ثالثاً : حفظ الزخم الزاوي (Conservation of Angular Momentum)

درسنا في الوحدة الأولى في الحركة الانتقالية أن النظام يكون معزولاً إذا لم تؤثر فيه اي قوة خارجية $(\sum F = 0)$ وعندها يكون الزخم الخطي محفوظاً، ونطبق العلاقة:

$$P_i = P_f$$

وينطبق الحال نفسه في الحركة الدورانية؛ فإذا كان النظام الدوراني معزولاً أي إن العزم الخارجي المحصل عليه صفراً $(\sum \tau = 0)$ فإن الزخم الزاوي يكون محفوظاً، ونطبق العلاقة:

$$L_i = L_f$$
$$I_i\omega_i = I_f\omega_f = \text{ثابت}$$

هذا المعادلة تسمى قانون حفظ الزخم الزاوي وينص على أن (الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتا في المقدار والاتجاه)

أو (الزخم الزاوي الابتدائي يساوي الزخم الزاوي النهائي للنظام المعزول)

**عليك ان تعلم**

في النظام المعزول المكون من جسم واحد فقط يدور، إذا تغيرت قيمة $(I)$، فإن قيمة $(\omega)$ تتغير مباشرة بشكل عكسي لكي يبقى الزخم الزاوي للجسم ثابتاً حسب المعادلة

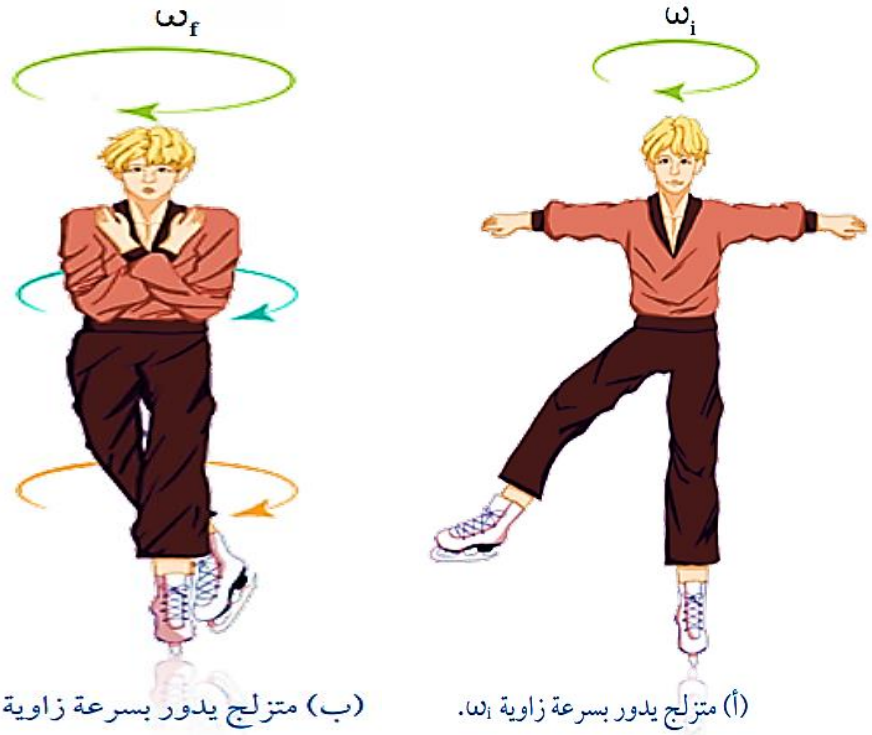
$$L = I\omega = \text{ثابت}$$
$$\omega \downarrow = \frac{L \text{ ثابت}}{I \downarrow}$$

**سؤال**

① أثبت ان $(L_i = L_f)$ في النظام المعزول.

② علل: إذا أعيد توزيع كتلة النظام المعزول الذي يتحرك حركة دورانية، فهل سيتغير الزخم الزاوي للنظام؟

بعض المشاهدات على حفظ الزخم الزاوي



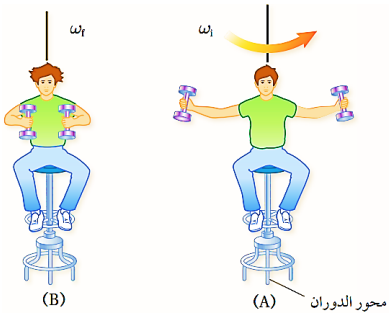

(أ) متزلج يدور بسرعة زاوية $\omega_i$. (ب) متزلج يدور بسرعة زاوية $\omega_f$.

- الشكل (ب): يقل عزم القصور الذاتي للمتزلج عندما يضم يديه نحو جسمه ويضم قدميه معاً، فيزداد مقدار سرعته بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي.
- يبين الشكل: متزلّجًا على الجليد يدور حول محور عمودي على سطح الأرض ويمرُّ بمركز كتلته. يمكن التعامل مع المتزلّج على أنه نظام معزول حيثُ قوة وزنه والقوة العموديّة تؤثّران في الاتجاه الرأسي وعزم كلّ منهما حول محور الدوران يساوي صفرًا. أضف إلى ذلك، أنّ مقدار قوّة الاحتكاك بين الزلاجات والجليد صغير ويمكن إهمال العزم الناتج عنه حول محور الدوران. وهذا يعني أن الزخم الزاوي للمتزلج محفوظ $(I\ \omega = constant)$. وعندما يضم المتزلج قدميه وذراعيه نحو جسده يقل عزم قصوره الذاتي؛ لذا يزداد مقدار سرعته الزاوية بحيثُ يبقى زخمه الزاوي ثابتًا.

✓ أتحقق: علام ينص قانون حفظ الزخم الزاوي؟

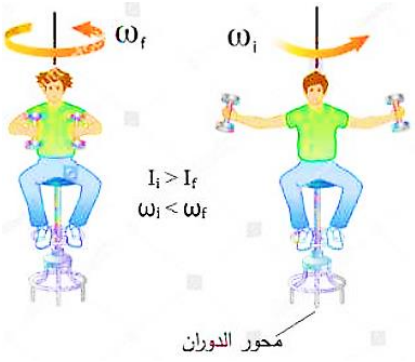
## الأسئلة:

① **التفكير الناقد:** يجلس طالب على كرسي قابل للدوران حول محور رأسي، ويُمسك ثقلا بكل يد. بداية؛ يدور الطالب والكرسي بسرعة زاوية $(\omega_i)$ ويداه ممدودتان، كما هو موضح في الشكل $A$. إذا طلب المعلم من الطالب ضم ذراعيه، كما في الشكل $B$ فماذا يحدث لكل من:




أ- عزم قصوره الذاتي؟

يؤدي ضم الطالب لذراعيه إلى تقليل مقدار عزم القصور الذاتي له حول محور الدوران الرأسي من المقدار $(I_i)$ إلى المقدار $(I_f)$ لأنه حرك جزء من كتلته وحرك الثقلين قريبا من محور الدوران.




ب- سرعته الزاوية النهائية؟

لا يوجد عزم محصل مؤثر في النظام الذي يتكون من الطالب والكرسي والثقلين، لذا يكون الزخم الزاوي محفوظا لهذا النظام حول محور الدوران. ألاحظ أن عزم القصور الذاتي للطالب في **الشكل** $(B)$ أقل منه في **الشكل** $(A)$؛ أي أن: $(I_i > I_f)$، لذا يجب أن يكون مقدار سرعته الزاوية النهائية $(\omega_f)$ في **الشكل** $(B)$ أكبر مقارنة بمقدار سرعته الزاوية الابتدائية $(\omega_i)$، بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي. أي يزداد مقدار سرعته الزاوية، ويتغير من $(\omega_i)$ إلى $(\omega_f)$. ويمكن للطالب تقليل مقدار سرعته الزاوية عن طريق مد ذراعيه مرة أخرى على استقامتيهما، وتحريك الثقلين إلى الخارج.

### الربط بالعلوم الحياتية

عندما يرفرف الطائر بجناحيه؛ فإنه يقوم بتدوير الجناحين إلى أعلى وأسفل حول الكتف. يمتلك الطائر الطنان أجنحة صغيرة ذات عزم قصور ذاتي صغير، لذا يستطيع الطائر تحريك جناحيه بسرعة (تصل إلى 70 ذبذبة في الثانية). وعلى النقيض من ذلك فإن النسر لديه أجنحة ضخمة يصعب تحريكها بسبب عزم القصور الذاتي الكبير. يرفرف النسر بأجنحته بمعدل ذبذبة واحدة في الثانية عند الإقلاع، ولكنه في معظم الأوقات يميل إلى التحليق مع ثبات جناحيه.

② **أحلل واستنتج:** يقفز غطاس عن لوح غطس متجها نحو سطح الماء في البركة. ولاحظت أنه بعد مغادرته لوح الغطس بدأ بالدوران، وضم قدميه وذراعيه نحو جسمه أجيب عما يأتي:

أ- لماذا ضم الغطاس قدميه وذراعيه نحو جسمه في أثناء أدائه لحركات الدوران؟

- لتقليل مقدار عزم قصوره الذاتي حيث يقل البعد بين كتلته ومحور دورانه، مما يمكنه من الدوران بسرعة زاوية أكبر.

ب- ما الذي يحدث لزخمه الزاوي بعد ضم قدميه وذراعيه؟

- تؤثر قوة الجاذبية في مركز كتلته لذا لا ينشأ عنها عزم يؤثر في الغطاس، ويكون العزم المحصل المؤثر في الغطاس صفراً فيبقى زخمه الزاوي محفوظا أي لا يتغير زخمه الزاوي؛ فنقصان عزم القصور الذاتي يقابله زيادة في السرعة الزاوية.

جـ- ما الذي يحدث لمقدار سرعته الزاوية بعد ضم قدميه وذراعيه؟

- العزم المحصل المؤثر في الغطاس صفرا فيبقى زخمه الزاوي محفوظا؛ أي لا يتغير زخمه الزاوي، ويؤدي نقصان عزم القصور الذاتي له إلى زيادة مقدار سرعته الزاوية.

د- ما الذي يحدث لمقدار طاقته الحركية الدورانية بعد ضم قدميه وذراعيه؟

- بعد ضم قدميه وذراعيه يقل عزم قصوره الذاتي بينما يزداد مقدار سرعته الزاوية بالنسبة نفسها؛ فإذا قل مقدار عزم القصور الذاتي بمقدار النصف يتضاعف مقدار سرعته الزاوية مرتان، وبما أن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديا مع مربع مقدار السرعة الزاوية فإن مقدار طاقته الحركية الزاوية يزداد.

- في هذا السؤال:
  - لا يوجد عزم خارجي $(\tau = 0)$، وبالتالي لا يوجد تغير في الزخم $(\Delta L = 0)$.
  - القوة الوحيدة المؤثرة في الغطاس أثناء قفزه هي قوة الوزن $(F_g)$، ولكنها تؤثر في مركز الكتلة، ومركز الكتلة هو نفسه محور الدوران للغطاس، وبالتالي فإن ذراع القوة يساوي صفر، فلا ينتج عنها أي عزم.
  - لأن الزخم لا يتغير فإنه يكون ثابت، وبالتالي:

$$\omega \uparrow = \frac{L}{I \downarrow}$$

③ أستخدم المتغيرات في أثناء مسابقة يدور متزلج على الجليد حول نفسه بسرعة زاوية ابتدائية $(\omega_i)$. وفي نهاية العرض ضم المتزلج يديه نحو جسمه فأصبح مقدار عزم قصوره الذاتي النهائي مساويا نصف مقدار عزم قصوره الذاتي الابتدائي. كم يُصبح مقدار سرعته الزاوية النهائية مقارنة بمقدار سرعته الزاوية الابتدائية بإهمال تأثير عزم قوة احتكاك الزلاجات مع الجليد؟ أفسر إجابتي.

افترض أن قوى الاحتكاك مع الجليد مهملة كما هو معطى في السؤال، لذا يمكن التعامل على أنه معزول، ويكون الزخم الزاوي محفوظ، و $\left(I_f = \frac{1}{2}\ I_i\right)$، لذا فإن:

$$L_i = L_f$$
$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$
$$I_i\omega_i = \frac{1}{2}\ I_i\ \omega_f$$
$$\omega_f = 2\ \omega_i$$

بما أن الزخم الزاوي محفوظ فإن نقصان عزم القصور الذاتي يؤدي إلى زيادة مقدار السرعة الزاوية، حيث $(I\ \omega = constant)$

④ **أستخدم الأرقام:** تقف هناء على طرف القرص الدوار للعبة الحصان الدوار. إذا علمت أن كتلة قرص اللعبة بمحتوياته $(2 \times 10^2\ kg)$ ونصف قطره $(4\ m)$، وسرعته الزاوية $(2\ rad/s)$، وكتلة هناء $(50\ kg)$، وبافتراض أن كتلة القرص موزعة بشكل منتظم، والنظام المكون من اللعبة وهناء معزول، أحسب مقدار ما يأتي:

أ- الزخم الزاوي الابتدائي للنظام.

ب- السرعة الزاوية للعبة عندما تقف هناء على بعد $(2\ m)$ من محور دوران اللعبة.

$4800\ kg.m^2/s$
$2.67\ rad/s$

**المثال 12**

**ثلاثة أطفال كتلهم $(32\ kg\ ,28\ kg\ ,20\ kg)$ يقفون عند حافة لعبة دوارة على شكل قرص دائري منتظم كتلته $(M = 100\ kg)$، ونصف قطره $(r = 2.0\ m)$، ويدور بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(2.0\ rad/s)$، حول محور دوران ثابت عمودي على سطح القرص ويمر في مركزه باتجاه محور $y$. تحرك الطفل الذي كتلته $(20\ kg)$ ووقف عند مركز القرص. أحسب مقدار السرعة الزاوية الجديد للعبة الدوارة.**

$2.37\ rad/s$

## أسئلة سنوات سابقة:

- يقف ثلاثة أطفال متساوين في الكتلة عند حافة لعبة دوارة على شكل قرص دائري منتظم، تدور بسرعة زاوية ثابتة $(\omega)$ حول محور دوران ثابت عمودي على سطح القرص ويمر في مركزه. إذا اقترب أحد الأطفال من مركز القرص، فإن ما يحدث للعبة الدوارة:

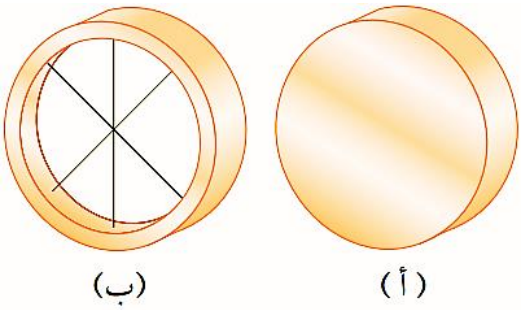
أ- تزداد سرعتها الزاوية
ب- تقل سرعتها الزاوية
حـ- يزداد زخمها الزاوي
ء- يقل زخمها الزاوي

الإجابة: أ

## مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** أقارن بين الكميات الخطية الآتية وما يناظرها في الحركة الدورانية:
الطاقة الحركية الخطية، القانون الثاني لنيوتن الزخم الخطي، حفظ الزخم الخطي.

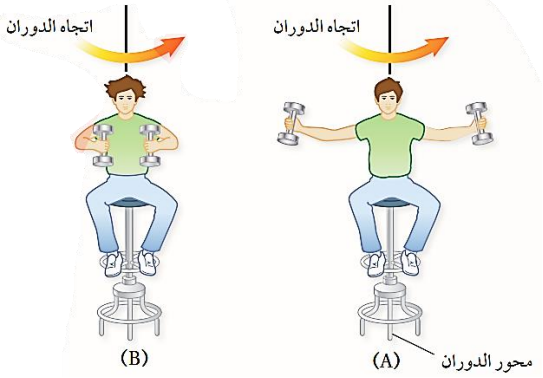
2. يبين الشكل المجاور أسطوانتين إحداهما مصمتة والأخرى مجوفة، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاوية، وتدوران حول محور ثابت يمر في المركز الهندسي لكل منهما، بالاستعانة بالشكل المجاورة أجيب عن السؤالين الآتيين:




أ- **أقارن** بين الزخم الزاوي للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أفسر إجابتي.

ب- **أقارن** بين الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أفسر إجابتي

3. **التفكير الناقد:** يجلس طالب على كرسي قابل للدوران حول محور رأسي، ويُمسك ثقلا بكل يد. بداية؛ يدور الطالب والكرسي بسرعة زاوية $(\omega_i)$ ويداه ممدودتان، كما هو موضح في الشكل $A$. فيكون عزم القصور الذاتي للنظام $(I)$ طلب المعلم من الطالب ضم ذراعيه، كما في الشكل $B$ فأصبحت سرعته الزاوية النهائية $(5)$ أضعاف سرعته الزاوية الابتدائية. أجيب عن الأسئلة الآتية:




أ- ما سبب الزيادة في السرعة الزاوية؟

ب- أجد نسبة الطاقة الحركية الدورانية النهائية إلى الطاقة الحركية الدورانية الابتدائية.

**4. أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة مما يأتي:**

① أسطوانتان متساويتان في الكتلة، ونصف قطر الأسطوانة الثانية ثلاثة أضعاف الأولى. تدور كل منهما حول محور يمر في مركزها بالسرعة الزاوية نفسها. فإن النسبة بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية لهما $\left(\frac{K.E_1}{K.E_2}\right)$ تكون:

أ- 9 ب- 3 حـ- $\frac{1}{3}$ ء- $\frac{1}{9}$

② يقف ثلاثة أطفال متساوين في الكتلة عند حافة لعبة دوّارة على شكل قرص دائري منتظم، تدور اللعبة بسرعة زاوية ثابتة حول محور ثابت عمودي على سطح القرص ويمر في مركزه. إذا اقترب أحد الأطفال من مركز القرص؛ فإن ما يحدث لكل من مقداري السرعة الزاوية $(\omega)$، والزخم الزاوي $(L)$:

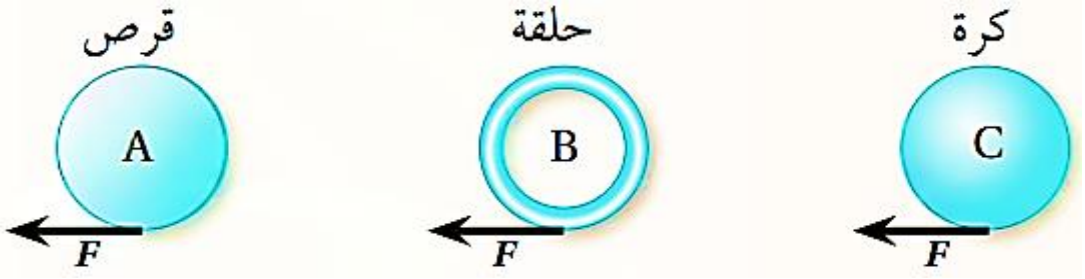
أ- $\omega$ يزداد، $L$ يقل. ب- $\omega$ يقل، $L$ يزداد.

حـ- $\omega$ يزداد، $L$ يبقى ثابت ء- $\omega$ يقل، $L$ يبقى ثابت.

③ تقف فتاة كتلتها $(50\ kg)$ على طرف لعبة قرص دوّار نصف قطره $(4\ m)$ فيكون عزم القصور الذاتي للنظام المكوّن منهما $(2400\ kg.m^2)$، ويدور النظام بزخم زاوي مقداره $(4800\ kg.m^2/s)$، إذا تحركت الفتاة لتصبح على بعد $(2\ m)$ من محور اللعبة؛ فإن السرعة الزاوية للعبة بوحدة $(rad/s)$ تساوي:

أ- 2 ب- 2.4 حـ- 2.67 ء- 4

✸ يبين الشكل كرة مصمتة وحلقة وقرصًا تتساوى في نصف القطر والكتلة. أثرت في الأجسام الثلاثة قوى مماسية متساوية فحركتها من السكون. معتمدا على البيانات المثبتة في الشكل أجيب عن الفقرتين الآتيين:




④ العبارة الصحيحة التي تصف الزخم الزاوي للأجسام الثلاثة بعد مدة من الزمن:

أ- الكرة المصمتة لها أكبر زخم زاوي. ب- الحلقة لها أكبر زخم زاوي.

حـ- القرص له أكبر زخم زاوي. ء- الأجسام الثلاثة متساوية في الزخم الزاوي.

⑤ الترتيب التنازلي للسرعة الزاوية للأجسام الثلاثة بعد مدة من الزمن:

أ- $\omega_A > \omega_B > \omega_C$

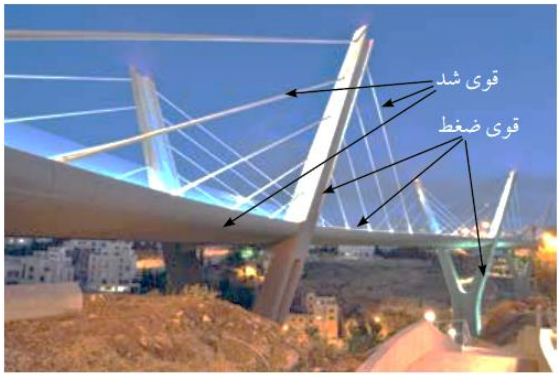
ب- $\omega_A > \omega_C > \omega_B$

حـ- $\omega_C > \omega_A > \omega_B$

ء- $\omega_B > \omega_A > \omega_X$

## الإثراء والتوسع

### اتزان الجسور Equilibrium of Bridges



جسر عبدون

يتطلب بناء المنشآت التي أراها من جسور وسدود ومبان إلى ناطحات السحاب من المصممين والمهندسين المعماريين تحديد القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبها؛ للمحافظة عليها ثابتة ومتزنة سكونيا وعدم انهيارها. ويُعنى الاتزان السكوني بحساب القوى المؤثرة في هذه الهياكل والتراكيب، لتحديد إذا كانت قادرة على تحمل هذه القوى دون حدوث تشوه أو تصدع أو كسر فيها. وهذا الإجراء الذي يتبعه المصممون والمهندسون يمكنهم من حساب القوى المؤثرة في مكونات هياكل وتراكيب المباني والجسور والآلات والمركبات وغيرها.

ألاحظ في حياتي اليومية جسورا مختلفة التصاميم، يتعرض كل منها لقوى مختلفة تؤثر في مكوناته، تعمل على شدّها أو ضغطها. إذ يؤثر فيها قوى ضغط تجعلها تنكمش وتتقلّص، وقوى شد تجعلها تتمدد ويزداد طولها؛ كما هو موضح في الشكل؛ لذا يجب أخذ هذه القوى في الحسبان عند تصميم أي جسر؛ كي لا يتعرض إلى التصدع والالتواء والانكماش، لعدم مقدرته على تحملها، وإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بالشكل الذي يمنع تمركزها في منطقة واحدة.

لرسم أفضل التصاميم وتنفيذها باستخدام المواد المناسبة؛ يراعي المصممون والمهندسون المعماريون في مراحل تصميم الجسور المختلفة وإنشائها تحقيق شرطي الاتزان في مكوناتها جميعا، ولتكون الجسور أنظمة متزنة، يجب أخذ قياسات دقيقة مضبوطة لهذه القوى ومواقع دعامات الجسر والمسافات بينها ومقدار أكبر ثقل يمكن أن يتحمله الجسر دون أن ينهار.

## مراجعة الوحدة

① أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة مما يأتي:

1. وحدة قياس الزخم الزاوي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ. $N.m/s$ ب. $kg.m/s$ حـ. $N/s$ ء. $kg.m^2/s$

2. وحدة قياس عزم القصور الذاتي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

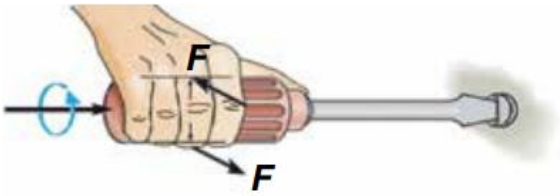
أ. $N.m/s$ ب. $kg.m^2$ حـ. $kg.m^2/s$ ء. $kg.m/s$

3. قرص منتظم الشكل يدور حول محور $(z)$ باتجاه حركة عقارب الساعة بتسارع زاوي ثابت، إذا كان مقدار سرعته الزاوية عند لحظة ما $(3.5\ rad/s)$، وبعد مرور $(5\ s)$ أصبح مقدار سرعته $(4.5\ rad/s)$ وبالاتجاه نفسه، فإن تسارعه الزاوي مقدارًا واتجاهًا:

أ. $1.6\ rad/s^2\ , +z$ ب. $1.6\ rad/s^2\ , -z$

حـ. $0.2\ rad/s^2\ , +z$ ء. $0.2\ rad/s^2\ , -z$

4. تستخدم سلمى -كما يبين الشكل- مفك براغي لفك برغي ولم تتمكن من ذلك. يجب على سلمى استخدام مفك آخر يكون مقبضه:




أ. أطول من مقبض المفك المستخدم. ب. أقصر من مقبض المفك المستخدم.

حـ. أكثر سمكا من سمك المقبض المستخدم. ء. أقل سمكا من سمك المقبض المستخدم.

5. يستخدم خالد كما يبين الشكل مفتاح شد لفك صامولة إطار سيارة ولم يتمكن من ذلك. يجب على خالد استخدام مفتاح شد يكون مقبضه:

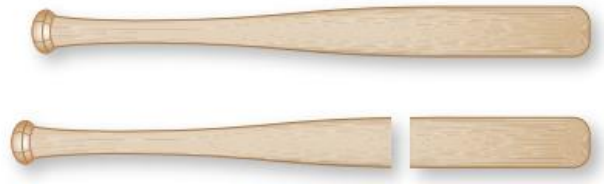
أ. أطول من مقبض مفتاح الشد المستخدم

ب. أقصر من مقبض مفتاح الشد المستخدم.

حـ. أكثر سمكا من سمك مفتاح الشد المستخدم.

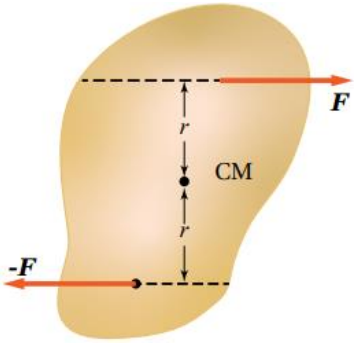
ء. أقل سمكا من سمك مفتاح الشد المستخدم.

6. كسر مضرب بيسبول منتظم الكثافة في موقع مركز كتلته إلى جزأين كما هو موضح في الشكل. إن الجزء ذا الكتلة الأصغر هو:



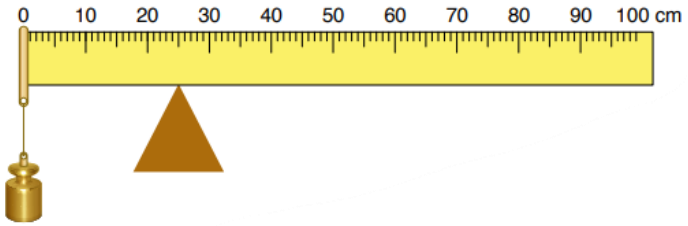
أ. الجزء الموجود على اليمين.
ب. الجزء الموجود على اليسار.
حـ. كلا الجزأين له الكتلة نفسها.
ء. لا يمكن تحديده.

7. الشكل المجاور يبين قوتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاهًا تؤثران على بعد متساوٍ من مركز كتلة جسم موجود على سطح أملس. أي الجمل الآتية تصفُ بشكل صحيح حالة الجسم الحركية عند اللحظة المبينة؟



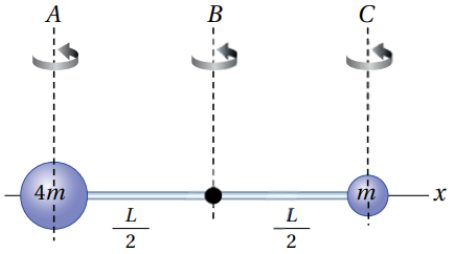

أ. الجسم في حالة اتزان سكوني؛ حيث القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرا.
ب. الجسم ليس في حالة اتزان سكوني، ويبدأ الدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة.
حـ. الجسم في حالة اتزان سكوني، حيث العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرًا.
ء. الجسم ليس في حالة اتزان سكوني، ويبدأ الدوران باتجاه حركة عقارب الساعة.

8. مسطرة مترية منتظمة متماثلة ترتكز على نقطة عند التدريج $(25\ cm)$ علق ثقل كتلته $(m)$ عند التدريج $(0\ cm)$ للمسطرة، فاتزنت أفقياً، كما هو موضح في الشكل المجاور، إن مقدار كتلة المسطرة المترية يساوي:



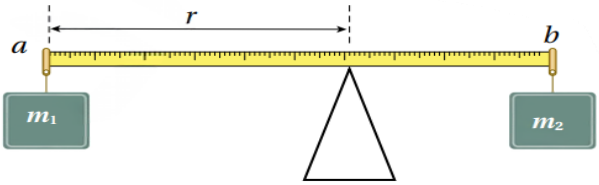

أ- $m$
ب- $0.5\ m$
حـ- $0.4\ m$
ء- $0.2\ m$

**9.** قضيب فلزي خفيف مهمل الكتلة، طوله $(L)$، ثبتت على طرفيه كُرتان نُقطيتان كتلتاهما $(m, 4m)$، كما في الشكل المجاور. $(A, B, C)$ ثلاثة محاور يمكن للنظام أن يدور حولها. إذا يكون عزم القصور الذاتي للنظام أكبر ما يمكن عند دورانه حول:




أ. المحور $(A)$.
ب. المحور $(B)$.
حـ. المحور $(C)$.
ء. عزم القصور الذاتي متساو في الحالات الثلاثة.

**10.** يبين الشكل مسطرة متريّةً منتظمة كتلتها مهملة، ومعلق بطرفيها $(a)$ و $(b)$ ثقلين كتلتيهما $(m_1)$ و $(m_2)$. كي تتزن المسطرة؛ فإن بُعد نقطة الارتكاز $(r)$ عن الطرف $(a)$ يساوي:




أ. $\frac{m_2}{m_2+m_1}$
ب. $\frac{m_1+m_2}{m_2}$
حـ. $\frac{1}{m_1-m_2}$
ء. $m_1 - m_2$

❖ أقرأ الفقرة الآتية، ثم أجيب عن السؤالين (11 و 12).

✸ يوضح الشكل المجاور مسطرة مترية نصفها خشب ونصفها الآخر فولاذ. في الشكل $(A)$ المسطرة قابلة للدوران حول محور عمودي عليها عند نهايتها الخشبية (النقطة $O$)، وأثرتْ فيها بقوة $(F)$ عند نهايتها الفولاذية (النقطة $a$). في الشكل $(B)$ جعلت المسطرة قابلة للدوران حول محور عمودي عليها عند نهايتها الفولاذية (النقطة $O'$)، وأثرتْ فيها بالقوة $(F)$ نفسها عند نهايتها الخشبية (النقطة $a'$).

**11.** العلاقتان الصحيحتان تصفان عزم القصور الذاتي، والتسارع الزاوي للمسطرتين حول محوري دورانيهما:

أ- $I_A > I_B \, , \alpha_A > \alpha_B$
ب- $I_A < I_B \, , \alpha_A > \alpha_B$
حـ- $I_A > I_B \, , \alpha_A < \alpha_B$
ء- $I_A = I_B \, , \alpha_A = \alpha_B$

12. باستخدام القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية، وإذا علمت أن المسطرتين بدأتا الدوران من السكون؛ فإن الجملة الصحيحة التي تصف الزخم الزاوي للمسطرتين بعد مدة من الزمن:

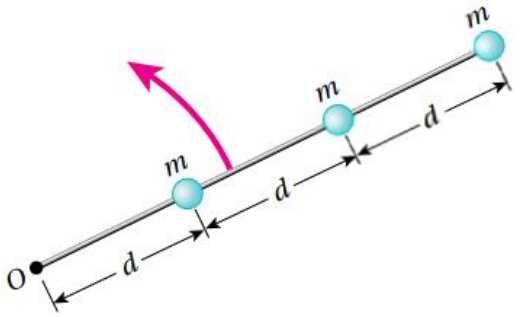
أ. المسطرتان متساويتان في الزخم الزاوي؛ لأن عزم القصور الذاتي لهما متساو.

ب. المسطرتان متساويتان في الزخم الزاوي؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيهما متساو.

حـ. المسطرتان مختلفتان في الزخم الزاوي؛ لأن عزم القصور الذاتي لهما غير متساو.

ء. المسطرتان مختلفتان في الزخم الزاوي؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيهما غير متساو.

13. يبين الشكل المجاور نظامًا يتكون من ثلاث كرات صغيرة تتصل بقضيب فلزي خفيف كتلته مهملة. يدور النظام بسرعة زاوية $(\omega)$ حول محور يمر بالنقطة $(O)$ عموديًا على الصفحة. الزخم الزاويّ للكرة الوسطى:




أ. $m\omega d^2$ ب. $\frac{4}{3}\ m\omega d^2$ حـ. $\frac{1}{3}\ m\omega d^2$ ء. $4\ m\omega d^2$

② أفسر ما يأتي:

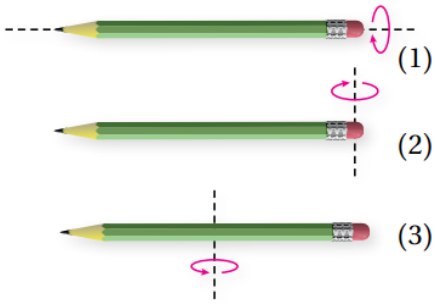
أ- عند حساب العزم المحصل المؤثر في جسم؛ فإنني أهمل القوى التي يمر خط عملها في محور الدوران.

ب- يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على موقع محور دورانه.

③ أقارن بين كتلة جسم وعزم القصور الذاتي له.

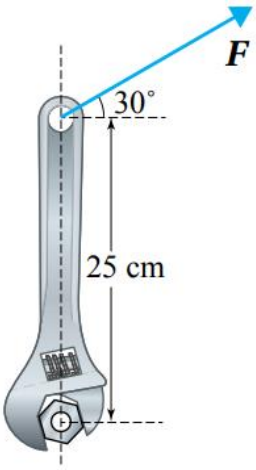
④ قطعة بوليسترين على شكل خارطة المملكة الأردنية الهاشمية. كيف أحدّد مركز كتلتها عملياً؟

⑤ استنتج: يبين الشكل ثلاث حالات لقلم يدور حول المحاور الموضحة في الشكل. أرتب الحالات الثلاث من حيث مقدار العزم اللازم لتدوير القلم من الأسهل إلى الأصعب.



⑥ **أفسر:** يقفز غطاس عن لوح غطس متجها نحو سطح الماء في البركة. وبعد مغادرته لوح الغطس بدأ بالدوران، وضم قدميه وذراعيه نحو جسمه. لماذا ضم الغطاس قدميه وذراعيه نحو جسمه في أثناء أدائه لحركات الدوران؟

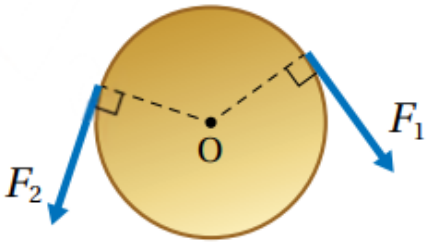
⑦ **أستخدم الأرقام:** تستخدم فاتن مفتاح شد لشد صامولة؛ كما هو موضح في الشكل المجاور، أستعين بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عما يأتي، علما أن مقدار العزم اللازم لفك الصامولة يساوي $(50.0\ N.m)$.




أ. **أحسب** مقدار القوة اللازم التأثير بها في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل.

ب. أحدد اتجاه دوران مفتاح الشد.

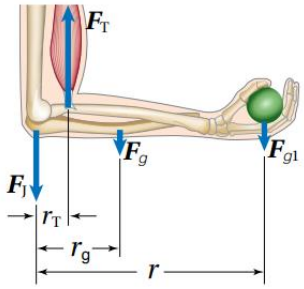
⑧ **أستخدم الأرقام:** قرص نصف قطره $(2.0\ cm)$، وكتلته $(20.0\ g)$، أثرت فيه القوى المماسية المبينة في الشكل، فبدأ بالدوران من السكون حول محور عمودي على مركزه $(O)$، بحيث أصبحت سرعته الزاوية $(250\ rad/s)$ بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة وذلك بعد مرور $(1.25\ s)$ من بدء الحركة. إذا كان مقدار القوة $(F_1 = 0.1\ N)$ فما مقدار $(F_2)$؟




⑨ **أستخدم الأرقام:** تقف هناء على طرف القرص الدوار للعبة الحصان الدوار. إذا علمت أن كتلة قرص اللعبة بمحتوياته $(2 \times 10^2\ kg)$ ونصف قطره $(4\ m)$، وسرعته الزاوية $(2\ rad/s)$، وكتلة هناء $(50\ kg)$، وبافتراض أن كتلة القرص موزعة بشكل منتظم، والنظام المكون من اللعبة وهناء معزول، أحسب مقدار ما يأتي:

أ- الزخم الزاوي الابتدائي للنظام.

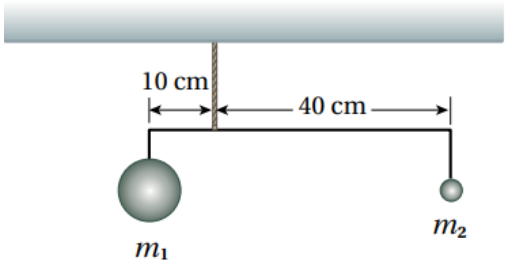
ب- السرعة الزاوية للعبة عندما تقف هناء على بعد $(2\ m)$ من محور دوران اللعبة.




⑩ **أستخدم الأرقام:** ترفع جمانة بيدها ثقلاً وزنه $(40.0\ N)$، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضي. إذا علمت أن نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد $(r_T = 5.0\ cm)$ عن المرفق، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه $(30.0\ N)$ ويؤثر على بعد $(r_g = 15.0\ cm)$ عن المرفق، وبعد نقطة تأثير وزن الثقل المحمول في اليد $(r = 35.0\ cm)$ عن المرفق، والساعد متزن أفقيا والقوى جميعها رأسية في الوضع الموضح في الشكل، فأحسب ما يأتي:

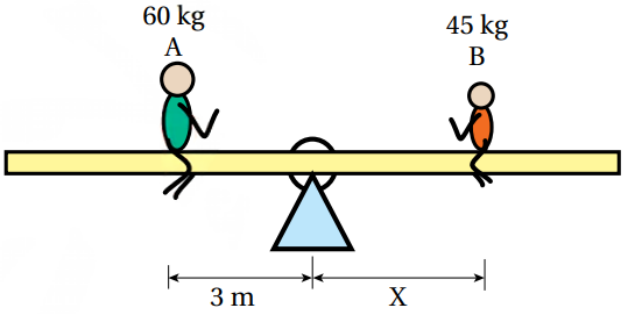
أ- قوة الشد في العضلة $(F_T)$ المؤثرة في الساعد.

ب- القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد $(F_J)$.




⑪ **أستخدم الأرقام:** في الشكل المجاور كرتان معلقتان بقضيب أفقي مهمل الكتلة، إذا كان مقدار كل من الكتلتين $(m_1 = 11\ kg)$ و $(m_2 = 2\ kg)$. أين يجب تعليق كتلة ثالثة $(m_3 = 3\ kg)$ بالنسبة إلى نقطة تعليق النظام كي يكون النظام متزنا؟

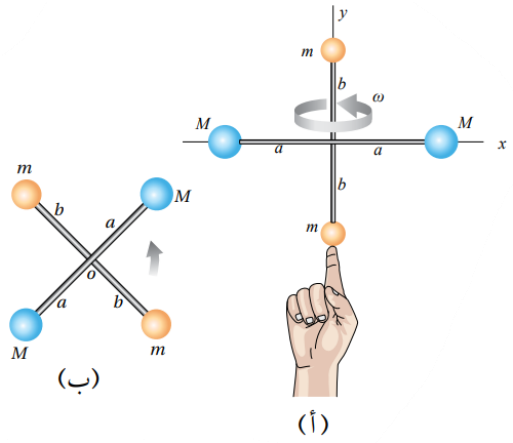
⑫ يبين الشكل المجاور ولدين كتلتيهما $(m_A = 60\ kg)$ و $(m_B = 45\ kg)$، يجلسان على لعبة (See-Saw) تتكون من لوح خشبي، فيتزن اللوح عند نقطة الارتكاز الواقعة عند منتصفه.




أ- **أستخدم الأرقام:** أحسب بعد الولد $(B)$ عن نقطة الارتكاز.

ب- **أصدر حكما:** هل سيبقى اللوح متزنا أم لا، للحالتين الآتيتين، ثم أوضح إجابتي.

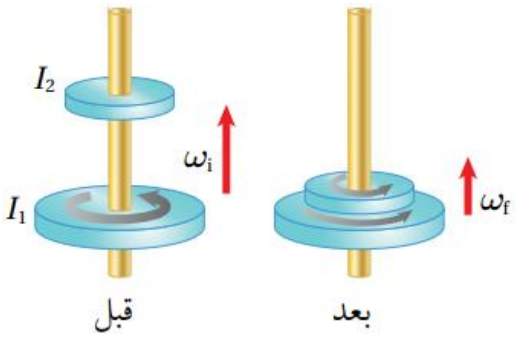
- إذا تحرك كل ولد نحو نقطة الارتكاز مسافة $(1\ m)$.
- إذا تحرك الولد $(A)$ مسافة $(1\ m)$ مبتعدا عن نقطة الارتكاز، بينما تحرك الولد $(B)$ مسافة $\left(\frac{4}{3}\ m\right)$ مبتعدا عن نقطة الارتكاز.



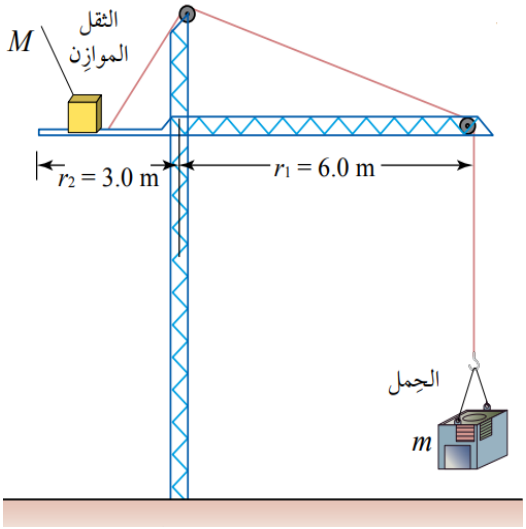

**13** **أستخدم الأرقام:** يدور نظام يتكون من أربع كرات صغيرة مثبتة في نهايات قضيبين مهملي الكتلة كما هو موضح في الشكل المجاور. إذا علمت أن $(a = b = 20\ cm)$ و $(m = 50\ g)$، و $(M = 100\ g)$، وأنصاف أقطار الكرات مهملة مقارنة بطولي القضيبين؛ بحيث يمكن عدها جسيمات نقطية؛ أحسب مقدار الطاقة الحركية الدورانية للنظام عندما يدور بسرعة زاوية $(2\ rad/s)$ حول:

أ- محور $(y)$ كما في الشكل (أ).

ب- محور $(z)$ عمودي على مستوى الصفحة كما في الشكل (ب).




**14** **أستخدم الأرقام:** يدور قرص عزم القصور الذاتي له $(I_1)$ حول محور ثابت أملس بسرعة زاوية $(\omega_i = 20\ rad/s)$، أسقط نحوه قرص ساكن عزم القصور الذاتي له $(I_2)$ فتحركا كجسم واحد، كما يبين المجاور. إذا علمتْ أن عزم القصور الذاتي $(I_1)$ ثلاث أضعاف $(I_2)$. أحسب السرعة الزاوية النهائية $(\omega_f)$.




15 **أستخدم الأرقام:** تستخدم بعض أنواع الروافع لرفع الأحمال الثقيلة إلى أعالي الأبراج والبنايات العالية. ويجب أن يكون العزم المحصل المؤثر في هذه الرافعة صفراً؛ كي لا تدور أو تسقط؛ لذا يوجد ثقل موازن $M$ على الرافعة لتحقيق اتزانها، حيث يُحرك عادة هذا الثقل تلقائياً عبر أجهزة استشعار ومحركات لموازنة الحمل بدقة. يبين الشكل المجاور رافعة في موقع بناء ترفع حملاً مقداره $(3.0 \times 10^3\ kg)$ ومقدار الثقل الموازن $(1.0 \times 10^4\ kg)$.

أستعين بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عما يأتي وبإهمال كتلة الرافعة.

أ- أحدد موقع الثقل الموازن عندما يكون الحمل مرفوعاً عن الأرض وفي حالة اتزان سكوني.

ب- أحدد مقدار أكبر كتلة يمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازن عند طرفها.