

الاعداد الحقيقية \mathbb{R}

* الاعداد الطبيعية \mathbb{N} : هي الاعداد التي تستخدم في العد. $\{1, 2, 3, \dots\}$

* الاعداد الصحيحة \mathbb{Z} : لا تحتوي كسور $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

* الاعداد النسبية \mathbb{Q} : هو اي عدد على صيغة $\frac{a}{b}$ حيث a, b اعداد صحيحة $b \neq 0$

مثل $\frac{2}{3}, \frac{6}{5}, \frac{4}{7}$

كسر عشري دوري $\frac{1}{3} = 0.33\dots$

كسر عشري منتهي $\frac{1}{2} = 0.5$

جذور تربيعية داخلها اعداد مربعة $\sqrt{25} = 5, \sqrt{9} = 3$

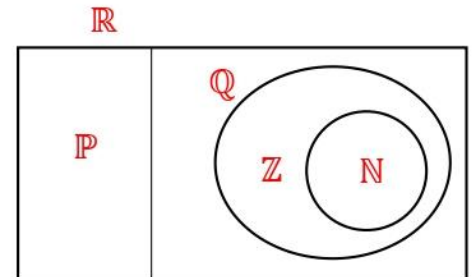
جذر تكعيبي ما داخله عدد مكعب $\sqrt[3]{8} = 2$

* الاعداد الغير نسبية \mathbb{P} : هو اي عدد لا يمكن كتابته

على صيغة $\frac{a}{b}$ $\sqrt{2} \cong 1.414$

1.414 231 ...

$\pi \cong 3.141592$



ملاحظات هامة جداً

(1) يكون العدد غير معرف (لا ينتمي للأعداد الحقيقية) في حالتين :

(a) عدد $\frac{\text{عدد}}{0}$ مثل $\frac{3}{0}, \frac{7}{0}, \frac{\sqrt{5}}{0}$ كلها غير معرفة

ايضاً $\frac{0}{0}$ غير معرفة لان المقام يحتوي صفر

(b) اذا كان لدينا جذر زوجي ما داخله عدد سالب

مثل $\sqrt{-4}, \sqrt[4]{-81}, \sqrt[6]{-1} \dots$

كلها غير معرفة لانها $\notin \mathbb{R}$

(2) اي قوة موجبة $0 = 0$

مثل $0^3 = 0, 0^7 = 0, 0^{\frac{3}{2}} = 0$

لكن غير معرف = قوة سالب 0

مثال $0^{-3} = \frac{1}{0^3} = \frac{1}{0}$ غير معرف

(3) الجذور الفردية مسموح سالب داخلها

$\sqrt[3]{-27} = -3$

$\sqrt[3]{-1} = -1$

$\sqrt[5]{-32} = -2$

(4) خلاصة

$\frac{7}{0} =$ غير معرف $0 \times 7 = 0$ $\frac{0}{7} = 0$

انتبه:

غير معرف $\frac{0}{0} \neq 0$

الأسس

(3) الأسس يوزع على الضرب والقسمة، و لا يوزع على الجمع والطرح

$$* (ab)^n = a^n b^n$$

$$* \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

امثلة :

$$1) (2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$$

$$2) (2a^3)^3 = 8a^9$$

$$3) \left(\frac{3a^3}{2b^2}\right)^2 = \frac{9a^6}{4b^4}$$

$$4) (4a^4b^{-2})^{-2} = 4^{-2}a^{-8}b^4 = \frac{b^4}{16a^8}$$

(4) الأسس السالبة نقلب العدد (إذا كان في البسط يصبح بالمقام او العكس)

$$a^m = \frac{1}{a^{-m}}, a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

امثلة :

$$2^{-7} = \frac{1}{2^7}, \quad 2^9 = \frac{1}{2^{-9}}$$

(5) قاعدة التخلص من الجذر يصبح الأس كسر

$$\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}$$

الداخلي ←
الخارجي

امثلة :

$$1) \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$2) \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$3) \sqrt[4]{a^5} = a^{\frac{5}{4}}$$

$$4) \sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}}$$

x^n : هي تكرار ضرب الرقم لنفسه n من المرات

(x : الاساس , n : الأس او القوة)

اهم قواعد الأسس

(1) الأسس في حالة الضرب تجمع والقسمة تطرح بشرط نفس الاساس

$$* a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$* \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

امثلة :

$$1) 5^3 \times 5^2 = 5^5$$

$$2) 2^{-7} \times 2^{-3} = 2^{-10}$$

$$3) 2^{-7} \times 2^3 = 2^{-4}$$

$$4) \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

تبقى لان الاساس مختلف

$$5) \frac{2^9}{2^5} = 2^4 = 16$$

$$7) \frac{2^{-3}}{2^4} = 2^{-7}$$

$$(x^n)^m = x^{n \times m} \quad (2)$$

الأس الداخلي × الأس الخارجي

امثلة :

$$1) (5^{-3})^4 = 5^{-12}$$

$$2) (2^3)^2 = 2^6$$

$$3) 4^5 \times 2^3 = (2^2)^5 \times 2^3 \Rightarrow 2^{10} \times 2^3 = 2^{13}$$

$$4) \frac{2^7}{8^3} = \frac{2^7}{(2^3)^3} \Rightarrow \frac{2^7}{2^9} = 2^{-2}$$

الكسور

1) جمع وطرح الكسور العادية

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) \pm (c \times b)}{b \times d}$$

امثلة :

$$1) \frac{7}{9} + \frac{2}{3} = \frac{(7 \times 3) + (2 \times 9)}{9 \times 3} = \frac{21 + 18}{27} = \frac{39}{27} = \frac{13}{9}$$

$$2) -\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{(-3 \times 3) + (2 \times 7)}{2 \times 3} = \frac{-9 + 14}{6} = \frac{5}{6}$$

او طريقة توحيد مقامات

$$-\frac{2}{9} - \frac{3}{6} = \frac{2 \times -2}{2 \times 9} - \frac{3 \times 3}{3 \times 6} = \frac{-4 - 9}{18} = \frac{-13}{18}$$

3) قسمة الكسور

| عدد كسر | كسر عدد | كسر كسر |
|--|--|--|
| $\frac{c}{a} = \frac{c}{a} \times \frac{1}{1} = \frac{c \times 1}{a \times 1} = \frac{c}{a}$ | $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{1} = \frac{a \times 1}{b \times 1} = \frac{a}{b}$ | $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$ |
| $\frac{2}{9} = \frac{2}{9} \times \frac{5}{5} = \frac{2 \times 5}{9 \times 5} = \frac{10}{45}$ | $\frac{-5}{3} = \frac{-5}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{-5 \times 1}{3 \times 1} = \frac{-5}{3}$ | $\frac{-7}{3} \div \frac{2}{9} = \frac{-7 \times 9}{3 \times 2} = \frac{-63}{6} = \frac{-21}{2}$ |

4) اختصار الكسور

(a) اذا كان على صيغة $\frac{a}{b}$ (طبقتين بشرط وجود ضرب بين الحدود في البسط والمقام)

$$1) \frac{15 \times 9}{27 \times 3} = \frac{5 \times 1}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{ممنوع الاختصار} \neq \frac{15 + 9}{27 \times 3}$$

$$2) \frac{-4 \times 18}{6 \times 20} = \frac{-3}{5}$$

$$3) \frac{4a \times b}{16a} = \frac{b}{4} \quad \text{ممنوع الاختصار} \neq \frac{4a + b}{16a}$$

(b) في حالة $\frac{a}{c} \div \frac{b}{d}$ او $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d}$ نحوه الى $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d}$ (طبقتين ثم اختصار) بسط مقام

$$1) \frac{5}{15} = \frac{5 \times 2}{7 \times 15} = \frac{2}{3 \times 7} = \frac{2}{21}$$

$$2) \frac{-49}{7} = \frac{-49}{7} \times \frac{1}{1} = \frac{-49 \times 1}{7 \times 5} = \frac{-7}{5}$$

$$3) \frac{27}{18} = \frac{27}{18} \times \frac{1}{4} = \frac{27 \times 1}{18 \times 4} = \frac{3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$$

$$4) \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{20}{20} = \frac{5 \times 20}{4 \times 1} = \frac{5 \times 5}{1} = 25$$

قاعدة مهمة جداً: كسر مع العدد 1 $\frac{a}{b} \pm 1 = \frac{a \pm b}{b}$

$$1) \frac{5}{6} + 1 = \frac{5 + 6}{6} = \frac{11}{6}$$

$$2) \frac{-3}{7} + 1 = \frac{-3 + 7}{7} = \frac{4}{7}$$

$$3) \frac{-6}{8} - 1 = \frac{-6 - 8}{8} = \frac{-14}{8} = \frac{-7}{4}$$

2) ضرب الكسور لا يوجد توحيد مقامات

(a) كسر \times كسر $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

$$1) -\frac{3}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{-3 \times 9}{5 \times 4} = \frac{-27}{20}$$

$$2) -\frac{5}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{-5 \times 4}{6 \times 3} = \frac{-20}{18} = \frac{-10}{9}$$

(b) كسر \times عدد $\frac{a}{b} \times \text{عدد} = \frac{a \times \text{عدد}}{b}$

$$1) \frac{2}{5} \times -3 = \frac{-6}{5}$$

$$2) \frac{-3}{4} \times 5 = \frac{-15}{4}$$

المقادير الجبرية

امثلة : جد ناتج ما يلي

1) $x + x = 2x$

2) $5b - 9b = -4b$

3) $7x^2 - 3x^2 - x = 4x^2 - x$

4) $\frac{x^2}{2} + 2x^2 = \left(\frac{1}{2} + 2\right)x^2 = 2.5x^2$

5) $2x^2 - 3x + 4x^2 - x = 6x^2 - 4x$

6) $3\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = (3 - 5)\sqrt{x} = -2\sqrt{x}$

7) $ax - 3x = (a - 3)x$

8) $-7(x + 2)^2 - 9(x + 2)^2 = -16(x + 2)^2$

9) $2(x + 2)^2 + 5(x + 2) =$ لا يوجد جمع

10) $-7\sqrt{2}x + 3\sqrt{2}x = -4\sqrt{2}x$

11) $-3x^{-1} - 4x^{-1} = -7x^{-1} = -\frac{7}{x}$

12) $4a - 2ab - 3b + a - b + ab$
 $= 5a - 4b - ab$

13) $e^x + e^x = 2e^x$

14) $2 \times 5^x - 4 \times 5^x = -2 \times 5^x$

الحد الجبري: يتكون من حاصل ضرب عدد بمتغير او اكثر

امثلة :

1) $7x$
معامل (القسم الرمزي) متغير

2) $-6xy$
معامل (القسم الرمزي) متغير

3) $6x^2ny$
معامل (القسم الرمزي) متغير

4) $-\frac{x^2y}{2}$
معامل $-\frac{1}{2}$ (القسم الرمزي) x^2y

المقدار الجبري : هي حدود جبرية بينها اشارة + ، -

امثلة :

1) $x^2 - 3x$ حدين

2) $x - 5$ حدين

3) $6x^2 - 9x - 3$ 3 حدود

جمع وطرح المقادير الجبرية

نجمع النوع نفسه بشرط نفس القسم الرمزي

عدد مع عدد

ثابت مع ثابت

متغير مع متغير

امثلة :

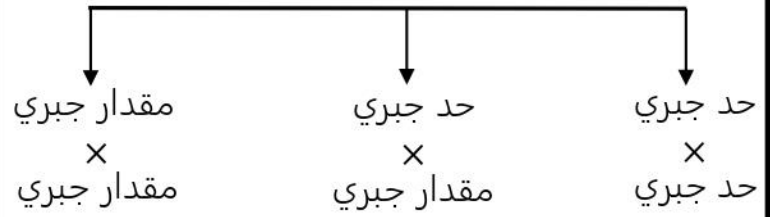
في كل مما يلي الانواع مختلفة ، لا يوجد جمع ، طرح

1) $2x + 2a$

2) $2a - 3$

3) $3 + 5x$

ضرب المقادير الجبرية



(A) حد جبري × حد جبري

امثلة :

1) $-3x \times 2x = -3 \times 2 x^{1+1} = -6x^2$

جمع الأسس
ضرب المعاملات

2) $5x^2 \times 3x = 15x^3$

3) $2x^{-3} \times 8x^4 = 16x$

4) $5xy \times 6x^2y = 30x^3y^2$

5) $3\sqrt{x} \times \sqrt{x} = 3x$

6) $2x^2 \times 3\sqrt{x} = 6\sqrt{xx^2} = 6x^{\frac{5}{2}}$

7) $(-2ax^2)^2 \times \frac{-3}{2} ax^{-3} = 4a^2x^4 \times \frac{-3}{2} ax^{-3} = -6a^3x$

8) $(\sqrt{x})^4 = \sqrt{x} \times \sqrt{x} \times \sqrt{x} \times \sqrt{x} = x^2$

9) $x^n \times x^{-2} = x^{n-2}$

10) $3x^{n-2} \times x^{2n+1} = 3x^{3n-1}$

(B) حد جبري × مقدار جبري
* نوزع دائماً

1) $3x(x-3) = 3x \times x + 3x \times -3 = 3x^2 - 9x$

2) $-2x(3-2(x-3)) = -2x(3-2x+6) = -2x(-2x+9) = 4x^2 - 18x$

3) $-3\sqrt{x}(2x-4\sqrt{x}-5) = -6\sqrt{xx} + 12x + 15\sqrt{x}$

(C) مقدار جبري × مقدار جبري
* نوزع ثم جمع الحدود الجبرية

1) $(x-3)(2x-1) = 2x^2 - x - 6x + 3 = 2x^2 - 7x + 3$

2) $(x-5)(x+5) = 2x^2 - 5x + 5x - 25 = x^2 - 25$

3) $(2x+1)^2(x+2)^{-3}(2x+1)^3 = \frac{(2x+1)^5}{(x+2)^3}$

4) $(x-1)^2(x+1)^2 = ((x-1)(x+1))^2 = (x^2-1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$

$(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$ تذكر

ملاحظة : يجب ان نميز بين

* الثاني - الاول $x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$

* قوس تربيعي $(x \pm a)(x \pm a) = (x \pm a)^2$

$\text{الثاني}^2 + (\text{الاول})(\text{الثاني}) \pm \text{الاول}^2$

قاعدة :

* $(x \pm a)(x \pm a)(x \pm a) \dots = (x \pm a)^n$

n : يساوي عدد الاقواس

مفكوك القوس التربيعي

$(x \pm y)^2 = \overset{\text{نفس الاشارة}}{\underset{\text{الاول}}{x^2}} \pm \underset{\text{الثاني}}{\overset{\text{الاول}}{2xy}} + \underset{\text{الثاني}}{y^2}$

امثلة :

1) $(x - 3)^2 = x^2 - 3 \times 2x + 9 = x^2 - 6x + 9$

2) $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

3) $(-x - 2)^2 = ((-x) + (-2))^2 = x^2 + 4x + 4$

4) $\left(\frac{2}{x} + 3\right)^2 = \frac{4}{x^2} + \frac{12}{x} + 9$

5) $(\sin x - 1)^2 = \sin^2 x - 2 \sin x + 1$

6) $(x^2 + \sqrt{5})^2 = x^4 + 2\sqrt{5}x^2 + 5$

7) $(3 + \sqrt{x+1})^2 = 9 + 6\sqrt{x+1} + (x+1) = x + 6\sqrt{x+1} + 10$

8) $(e^x - 2)^2 = (e^x)^2 - 4e^x + 4 = e^{2x} - 4e^x + 4$

قاعدة :

* $(x - a)^2 = (a - x)^2$

* $(-x - a)^2 = (x + a)^2$

* $(x - a)^3 \neq (a - x)^3$

* $(-x - a)^3 = -(x + a)^3$

اختصار المقادير الجبرية

| حالات الاختصار | مثال |
|---|---|
| 1) $\frac{x+a}{x+a} = 1$ | $\frac{x+3}{x+3} = 1$ |
| 2) $\frac{-x-a}{x+a} = -1$ | $\frac{-x-3}{x+3} = -1$ |
| 3) $\frac{x-a}{a-x} = \frac{a-x}{x-a} = -1$ | $\frac{x-3}{3-x} = -1$ |
| 4) $\frac{x+a}{x-a}, \frac{x-a}{x+a}$ لا يوجد اختصار | $\frac{x+3}{x-3}$ او $\frac{x-3}{3+x}$ تبقى كما هي |

امثلة :

1) $\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x-2}{4}} = \frac{4x}{2(x-2)} = \frac{2x}{x-2}$

2) $\frac{\frac{x}{4}}{\frac{x+1}{4}} = \frac{\frac{x}{1}}{x+1} = \frac{4x}{x+1}$

3) $\frac{\frac{2}{x+3} - \frac{1}{2}}{x-1} = \frac{\frac{4 - (x+3)}{2(x+3)}}{\frac{x-1}{1}} = \frac{\frac{1-x}{2(x+3)}}{\frac{x-1}{1}} = \frac{1-x}{2(x+3)(x-1)} = \frac{-1}{2x+6}$

التحليل الى العوامل :

* عملية تحويل الجمع والطرح الى حاصل ضرب (رجع الاقواس)

$$x^2(x + 1) = x^3 + x^2$$

رجع الاقواس

العامل المشترك

عامل مشترك مرتين

عامل مشترك للأقواس

عامل مشترك عادي

(a) العامل المشترك العادي :

* الأس الأصغر غالباً هو الذي نأخذه عامل مشترك.

* نطرح الاسس ونقسم المعاملات

* مفتاح الحل هو : كل مقدار يحتوي على x

* طرق التأكد هي : فك الأقواس

امثلة :

1) $2x - 4 = 2(x - 2)$

2) $-3 - 3x = -3(1 + x)$

3) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{2}(x - 6)$

مشترك غريب مشترك من لا شيء

1) $x - 2 = x(1 - \frac{2}{x})$

2) $2x - 3 = x(2 - \frac{3}{x})$

3) $2\pi x - 3 = \pi(2x - \frac{3}{\pi})$

4) $2x - 3\pi = 2(x - \frac{3}{2}\pi)$

سحب السالب مشترك

1) $-x^2 - x + 1 = -(x^2 + x - 1)$

2) $-x - 4 = -(x + 4)$

(b) عامل مشترك للأقواس :

امثلة :

1) $(x + 1)x^2 - 3(x + 1) = (x + 1)(x^2 - 3)$

2) $(x - 2)y - 4(2 - x)$

$(x - 2)y + 4(x - 2) = (x - 2)(y + 4)$

3) $3(x - 3)^4(x + 1)^2 - 9(x + 1)^3(x - 3)^3$
 $= 3(x - 3)^3(x + 1)^2((x - 3) - 3(x + 1))$
 $= 3(x - 3)^3(x + 1)^2(-2x - 6)$

(c) عامل مشترك مرتين :

* مفتاح الحل هو : عدد الحدود غالباً (4)

امثلة :

1) $x^3 + 4x^2 + ax + 4a = x^2(x + 4) + a(x + 4)$
 $= (x + 4)(x^2 + a)$

2) $x^6 - 9x^4 + x^2 - 9 = x^4(x^2 - 9) + (x^2 - 9)$
 $= (x^2 - 9)(x^4 + 4)$

4) $-2x + x^5 - 4 + 2x^4 = -2x - 4 + x^5 + 2x^4$
 رتب الحدود
 $= -2(x + 2) + x^4(x + 2) = (x + 2)(-2 + x^4)$

5) $x \sin x - \sin x + 2x - 2$
 $\sin x(x - 1) + 2(x - 1) = (x - 1)(\sin x + 2)$

عبارات على صيغة فرقين مربعين

امثلة :

$$1) x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) \\ = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) \\ \text{لا يحلل}$$

$$2) x^6 - 1 = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$$

$$3) (x + 1)^2 - 9 = ((x + 1) - 3)((x + 1) + 3) \\ = (x - 2)(x + 4)$$

$$4) \sin^2 x - \cos^2 x = \\ (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)$$

$$(a^x)^2 = a^{2x}$$

$$(3^x)^2 = 3^{2x}$$

$$(e^{3x})^2 = e^{6x}$$

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x} = (2^{-1})^{4x} = 2^{-4x}$$

$$4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$$

$$(2^x)^2 - 81 = (2^x - 9)(2^x + 9)$$

$$a^{2x} - 49 = (a^x - 7)(a^x + 7)$$

ملاحظة

امثلة :

مجموع مربعين

لا يحلل

* مفتاح الحل هو : عدد موجب + ()²

امثلة :

$$1) x^2 + 9$$

$$2) 2x^2 + 16$$

$$3) (x - 3)^2 + 4$$

الفرق بين مربعين

* مفتاح الحل هو : ()² - ()² (مقدار)

$$1) x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$2) x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$3) 16 - x^2 = (4 - x)(4 + x)$$

$$4) 2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) \\ = 2(x - 2)(x + 2)$$

$$5) \frac{1}{9} - x^2 = \left(\frac{1}{3} - x\right)\left(\frac{1}{3} + x\right)$$

$$6) 9x^3 - x = x(9x^2 - 1) \\ = x(3x - 1)(3x + 1)$$

* فرق ولكن: عندما لا يكون هناك مربع كامل او عامل مشترك

$$1) x^2 - 5 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$$

$$2) x - 3 = (\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})$$

$$3) x - 1 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$$

(3) عبارات لا تحلل

قانون المميز : $\Delta = b^2 - 4ac$



$$x^2 + 2x + 4$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 4$$

$$\Delta = 4 - 4 \times 1 \times 4 = -12$$

ثلاثية الحدود

$$* ax^2 + bx + c$$

(1) ثلاثية الحدود سهلة (معامل $x^2 = 1$)

* مفتاح الحل هو : (1) عدد الحدود (3)

(2) الاس الكبر ضعف الاوسط

(3) الحد الاخير عدد

امثلة :

$$1) x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

$$2) x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$$

$$3) x^2 + x - 42 = (x + 7)(x - 6)$$

$$4) x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$$

$$5) -12x + x^2 + 35 = x^2 - 12x + 35$$

$$= (x - 7)(x - 5)$$

(2) ثلاثية الحدود صعبة (معامل $x^2 \neq 1$)

$$1) 2x^2 - x - 3 = (2x - 3)(x + 1)$$

$$2) 5x^2 + x + 4$$

لا تحلل انظر قانون المميز

$$3) 3x^2 + 5x + 2 = (3x + 2)(x + 1)$$

$$4) -x^2 + x + 2 = -(x^2 - x - 2)$$

$$= -(x - 2)(x + 1)$$

مجموع وفرق بين مكعبين

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$$

امثلة :

$$1) x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$2) 1 - x^3 = (1 - x)(1 + x + x^2)$$

$$3) x^3 + 125 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$4) 2x^4 + 16x = 2x(x^3 + 8)$$

$$= 2x(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$5) 2x^3 - 54 = 2(x^3 - 27)$$

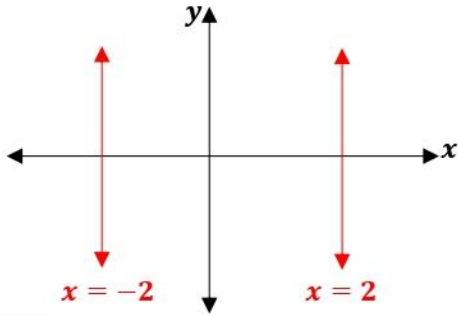
$$= 2(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

ملاحظة

العبارة التربيعية الناتجة عن تحليل فرق
او مجموع مكعبين لا تحلل

ملاحظة: عدد $x =$

ليس اقتران (خط عمودي)



انواع الاقترانات

(A) كثيرات الحدود

يكون الأس عدد صحيح موجب
مجاله \mathbb{R} (مجموعة الاعداد الحقيقية)

اي من التالية كثيرات حدود :-

1) $3x^2 - 9x + 1$ ✓

2) $2x^{\frac{1}{2}} - 3x + 2$ ✗

الاس كسر

3) $x^2 - \frac{3}{x} - 5$ ✗

نسبي

4) $\frac{x-3}{7}$ ✓

خطي

5) $|x-3| + x$ ✗

مطلق

6) $\sqrt{x} - 3x^2 - 1$ ✗

الاس كسر

7) 16 ✓

اشهر كثيرات الحدود

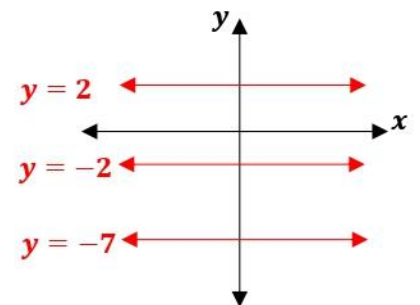
(1) الثابت (ميله صفر) $f(x) = a$

امثلة :

1) $f(x) = -7$

2) $y = 2$

3) $y = -2$



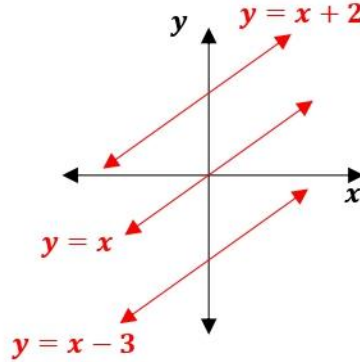
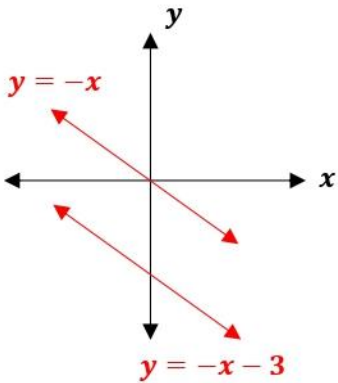
(2) خطي $f(x) = ax + b$

الميل : a (معامل x)

المقطع الصادي : b

امثلة :

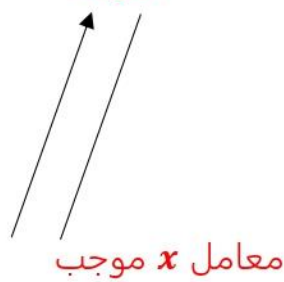
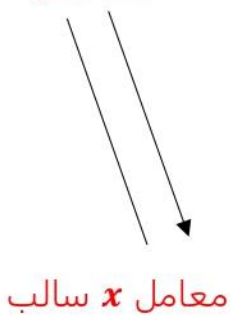
$f(x) = 7x - 3$



ملاحظة :

متناقص

متزايد



معامل x سالب

معامل x موجب

$$2) f(x) = \frac{x-3}{2x+5}$$

$$2x+5=0 \Rightarrow x = \frac{-5}{2} \quad \text{اصفار المقام}$$

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{-5}{2} \right\} \quad \text{المجال}$$

$$3) f(x) = \frac{x-7}{x^2-4x}$$

$$x^2-4x=0 \Rightarrow x(x-4)=0 \quad \text{اصفار المقام}$$

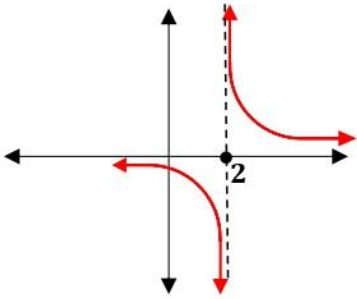
$$x=0, x=4$$

$$\mathbb{R} - \{0, 4\} \quad \text{المجال}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$\mathbb{R} - \{2\} \quad \text{المجال}$$

غير معرف عند $x=2$
اي ان $x=2$ لا صورة لها



$$5) f(x) = \frac{x}{x^2+64}$$

$$\mathbb{R} \quad \text{المجال}$$

لا يوجد اصفار مقام لان x^2+64 لا يحلل

3) الاقتران التربيعي $f(x) = ax^2 + bx + c$

معامل x^2 (موجب) \Leftarrow مقعر للأعلى

معامل x^2 (سالب) \Leftarrow مقعر للأسفل

مثال :

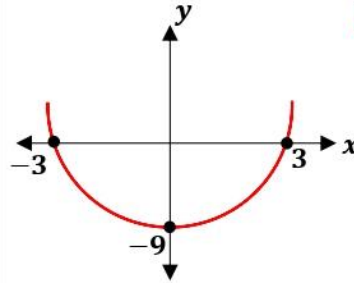
$$\text{ارسم } f(x) = x^2 - 9$$

نجد اصفار الاقتران ونجد الرأس

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x = \pm 3$$

$$a > 0$$



ملاحظة :

* احداثيات نقطة الرأس

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$$

$$* \text{ معادلة محور التماثل } x = \frac{-b}{2a}$$

(B) الأقتران النسبي

حاصل قسمة كثيري حدود .

المجال $\mathbb{R} - \{\text{اصفار المقام}\}$

* يعني ان الأقتران غير معرف عند اصفار المقام

امثلة :

$$1) f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2 \quad \text{اصفار المقام}$$

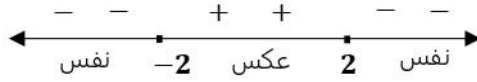
$$\mathbb{R} - \{2\} \quad \text{المجال}$$

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

نجد اصفار الاقتران

$$4 - x^2 = 0$$

$$x = \pm 2$$



المجال: $x \in [-2, 2]$

* التكعيبي

مجاله \mathbb{R} دائماً الا اذا ورد احد الممنوعات

امثلة :

1) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3}$ → المجال: \mathbb{R}

2) $f(x) = \sqrt[5]{x - 1}$ → المجال: \mathbb{R}

3) $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ → المجال: \mathbb{R}

4) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x-1}}$ → المجال: $\mathbb{R} - \{1\}$

(D) الأقتران المتشعب

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & -2 \leq x < 1 \\ 2x - 1, & 1 \leq x < 5 \end{cases}$$



1) $f(0)$ 2) $f(2)$ اوجد

3) $f(1)$ 4) $f(-2)$

1) $f(0) = 0^2 - 3 = -3$ نقطة عادية

2) $f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$ نقطة عادية

3) $f(1) = 2 \times 1 - 1 = 1$ تحول نعوض عند المساواة

4) $f(-2) = (-2)^2 - 3 = 1$ طرف

(C) الجذري

تكعيبي
(فردى)

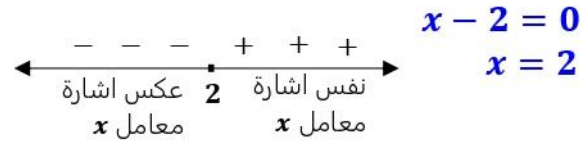
تربيعي
(زوجى)

* التربيعي (الزوجى) : يجب اختبار الإشارة داخل الجذر
يكون الأقتران معرف عندما يكون ما داخل الجذر موجب فقط

تذكر اختبار الإشارة :-

* خطى

اختبر إشارة المقدار $x - 2$

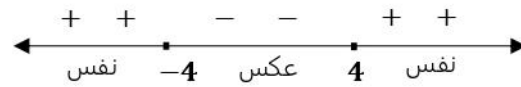


* تربيعى

اختبر إشارة المقدار $x^2 - 16$

$$x^2 - 16 = 0$$

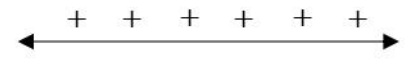
$$x = \pm 4$$



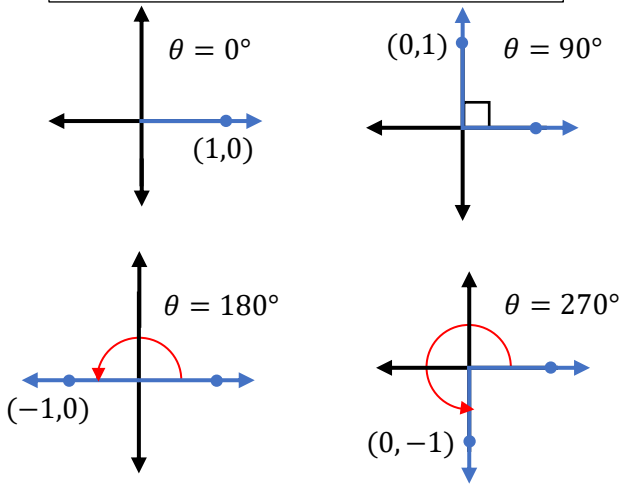
$$f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 3}$$

مجاله \mathbb{R}

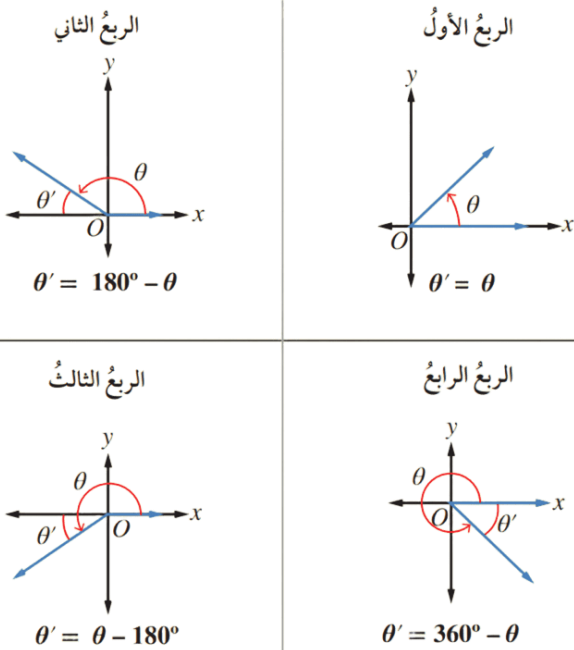
$x^2 + 3$ لا تحلل



الزوايا الربعية في دائرة الوحدة



الزاوية المرجعية



مثال : جد الزاوية المرجعية لكل مما يلي

$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 120° (a)

$210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$ 210° (b)

$360^\circ - 315^\circ = 45^\circ$ 315° (c)

*أقتران القيمة المطلقة

القيمة المطلقة تعطي جواب موجب دائماً

$|-3| = 3$ $|2| = 2$ $|\frac{-1}{2}| = \frac{1}{2}$

الخصائص

1) $|-x| = |x|$

$|x - 3| = |3 - x|$

2) يعطي مطلق \rightarrow مربع كامل

$\sqrt{x^2} = |x|$, $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

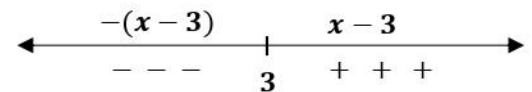
$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$

ملاحظة

$(\sqrt{x})^2 = x$, $x > 0$
بدون مطلق

مثال 1 : اعد تعريف $f(x) |x - 3|$

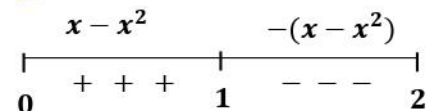
$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$



مثال 2 : اعد تعريف $f(x) |x - x^2|$, $x \in [0, 2]$

$x - x^2 = 0 \Rightarrow x(1 - x) = 0$

$x = 0$, $x = 1$



النسب المثلثية للزوايا المشهورة

| θ | 0° | 30° | 45° | 60° |
|---------------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sin \theta$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos \theta$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\tan \theta$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |

مثال : جد كل مما يلي

$\sin 120^\circ$ (a)

$\sin 120^\circ = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 225^\circ$ (b)

$\cos 225^\circ = -\cos 45 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 330^\circ$ (c)

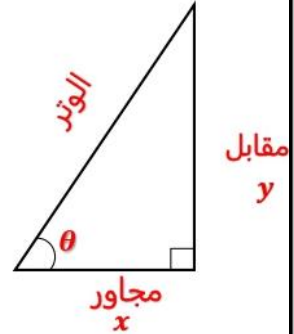
$\tan 330^\circ = -\tan 30 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

حساب المثلثات

1) $\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{y}{\text{الوتر}}$

2) $\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{x}{\text{الوتر}}$

3) $\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{y}{x}$



$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$

$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$

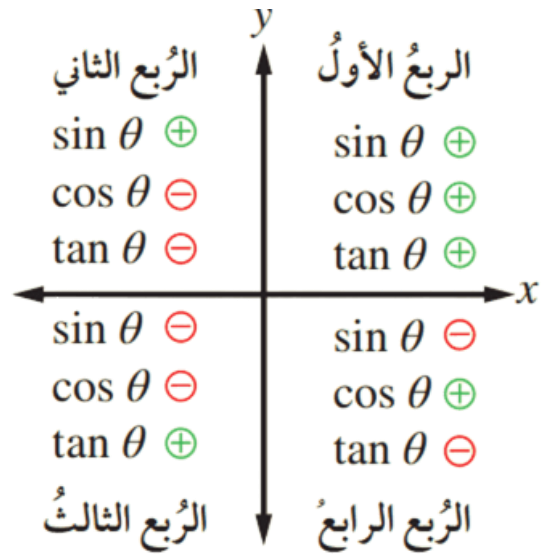
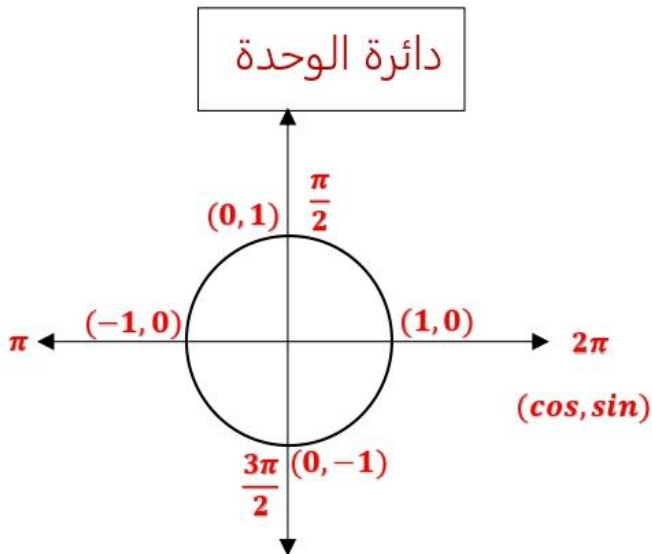
$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$

$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$

دائرة الوحدة



حل المعادلات المثلثية

مثال 1 : حل المعادلات التالية علما

بان: $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$2 \sin x = 1$ (a)

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

ثاني

$x = 150^\circ$

اول

$x = 30^\circ$

$3 \tan x = -\sqrt{3}$ (b)

$$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

رابع

$x = 330^\circ$

ثاني

$x = 150^\circ$

مثال 3 : حل المعادلات التالية علما

بان: $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$4 \sin x \cos x - 2 \sin x = 0$ (a)

$$2 \sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$\sin x = 0$

$x = 360^\circ$

$x = 0^\circ$

$2 \cos x - 1 = 0$

$\cos x = \frac{1}{2}$

رابع

$x = 300^\circ$

اول

$x = 60^\circ$

$3 \cos x - 1 = 2$ (b)

$3 \cos x = 3$

$\cos x = 1$

$x = 360^\circ$

$x = 0^\circ$

$2(\tan x - 3) + 4 = 12$ (c)

$2 \tan x - 6 = 8$

$2 \tan x = 14$

$\tan x = 7$

باستخدام الآلة

$\tan^{-1}(7) = x$

ثالث

$x \approx 262^\circ$

اول

$x \approx 82^\circ$

مثال 2 : حل المعادلات التالية علما

بان: $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

$2 \sin 2x = \sqrt{3}$ (a)

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

انتبه للمجال

$0 \leq 2x \leq 180^\circ$

ثاني

$2x = 120^\circ$

$x = 60^\circ$

اول

$2x = 60^\circ$

$x = 30^\circ$

$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ (b)

$(2 \sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$

$2 \sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$

ثاني

$x = 150^\circ$

اول

$x = 30^\circ$

$\sin x + 1 = 0$

$\sin x = -1$

$x = 270^\circ$

متطابقات مهمة

1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$, $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

2) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\sin 6x = 2 \sin 3x \cos 3x$, $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$

3) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ نستبدل

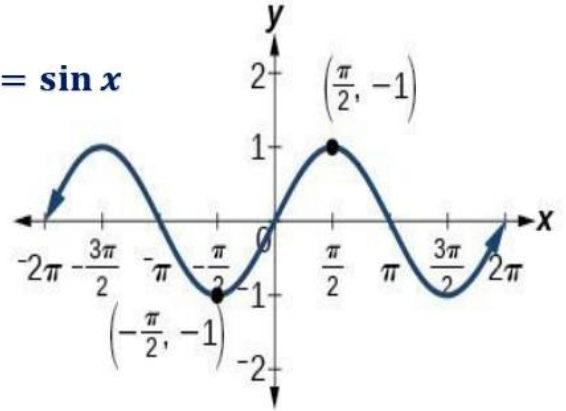
$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ نستبدل

$\cos 2x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$, $\cos 2x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x$

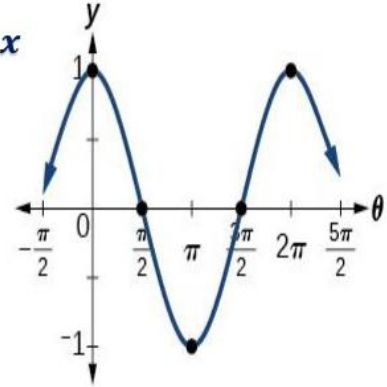
$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$

$-1 \leq \cos x \leq 1$, $-1 \leq \sin x \leq 1$

1) $f(x) = \sin x$



2) $f(x) = \cos x$



3) $f(x) = \tan x$

